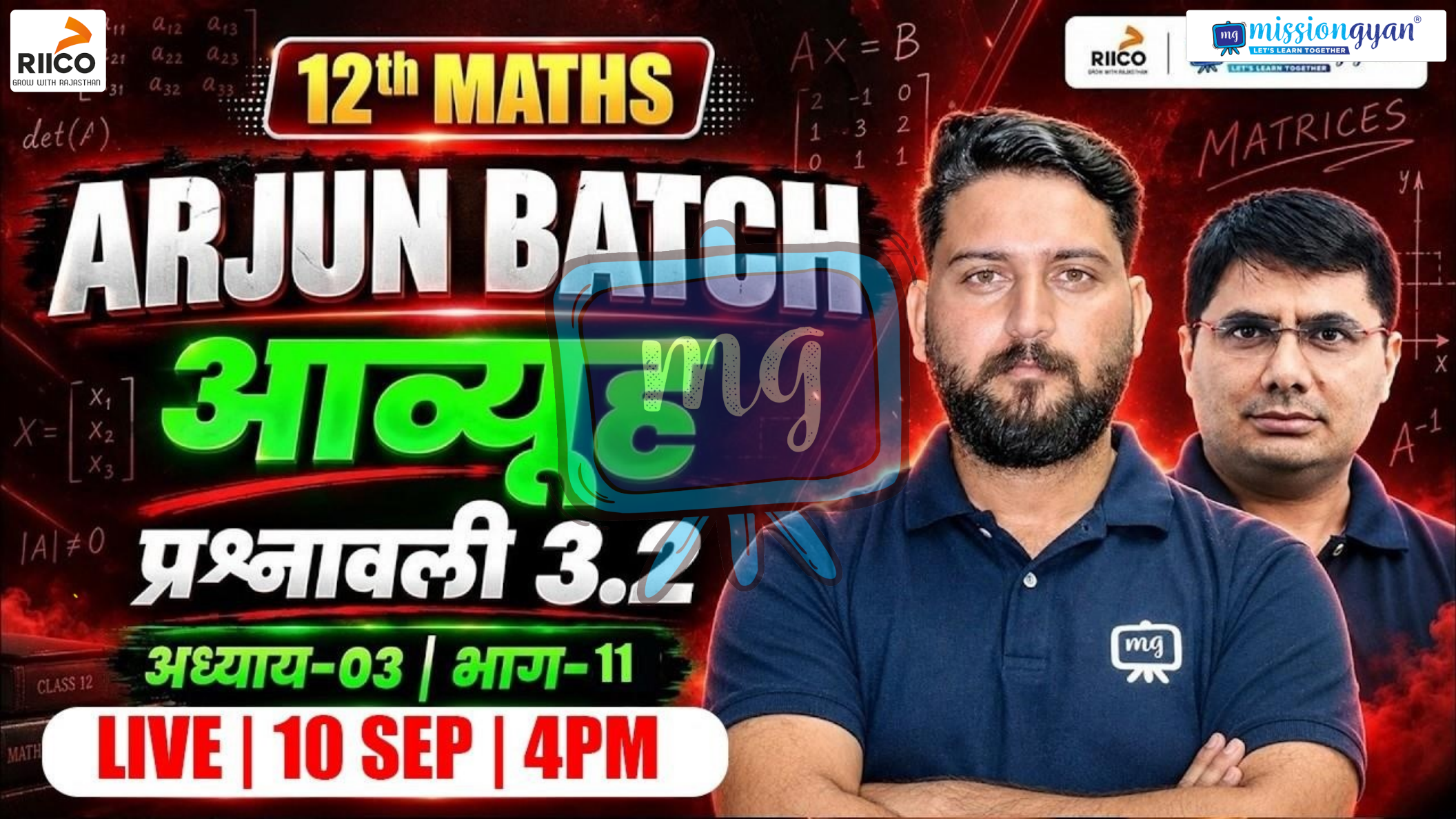

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER
12th MATHS
ARJUN BATCH
आव्यू हुए
प्रश्नावली 3.2
अध्याय-03 | भाग-11
LIVE | 10 SEP | 4PM
MATRICES
det(A)
AX = B
|A| ≠ 0
A-1
CLASS 12

किसी आव्यूह का परिवर्त

Transpose of a matrix

सममित एवं विषम सममित आव्यूह

(Symmetric and skew-symmetric matrices)



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$A^T = A$

$A^T = -A$

(i) एक वर्ग आव्यूह $A = [a_{ij}]$ सममित कहलाता है यदि $A' = A$ अर्थात् i व j के हर संभव मानों के लिए $[a_{ij}] = [a_{ji}]$ हो।



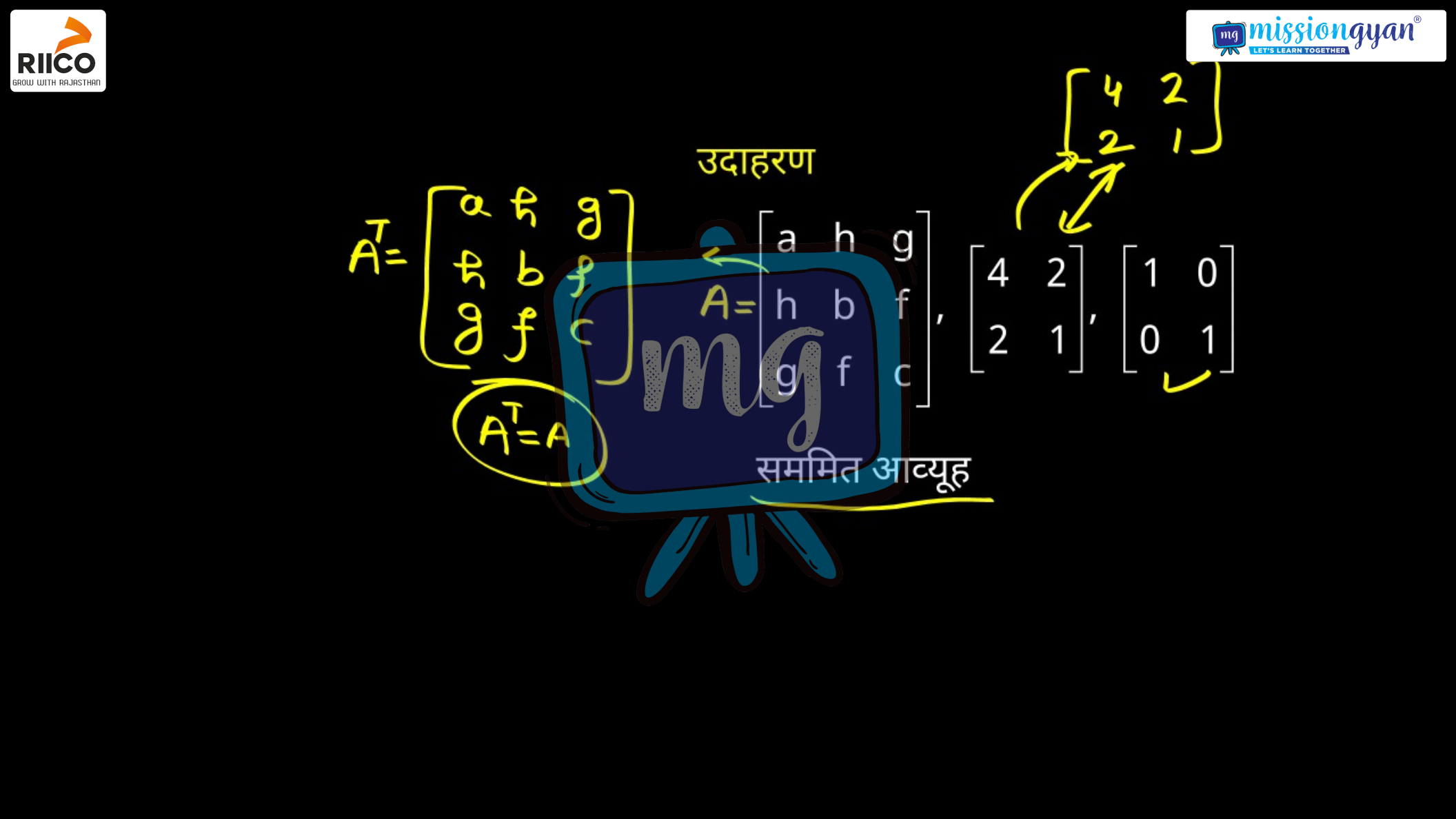
$a_{ij} = -a_{ji}$

$\Rightarrow a_{ii} = -a_{ii}$

$\Rightarrow 2a_{ii} = 0$

$\Rightarrow \boxed{a_{ii} = 0}$

(ii) एक वर्ग आव्यूह $A = [a_{ij}]$ विषम सममित आव्यूह कहलाता है, यदि $A' = -A$, अर्थात् i तथा j के हर संभव मानों के लिए $a_{ij} = -a_{ji}$ हो। अब, यदि हम $i = j$ रखें, तो $a_{ii} = -a_{ii}$ होगा। अत: $2a_{ii} = 0$ या $a_{ii} = 0$ समस्त i के लिए।


RIICO
GROW WITH RAJASTHAN
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER
उदाहरण
$A^T = \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix}$
$A = \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$A^T = A$
सममित आव्यूह

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -h & -g \\ h & 0 & -f \\ g & f & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = -\begin{bmatrix} 0 & h & g \\ -h & 0 & f \\ -g & -f & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = -A$$

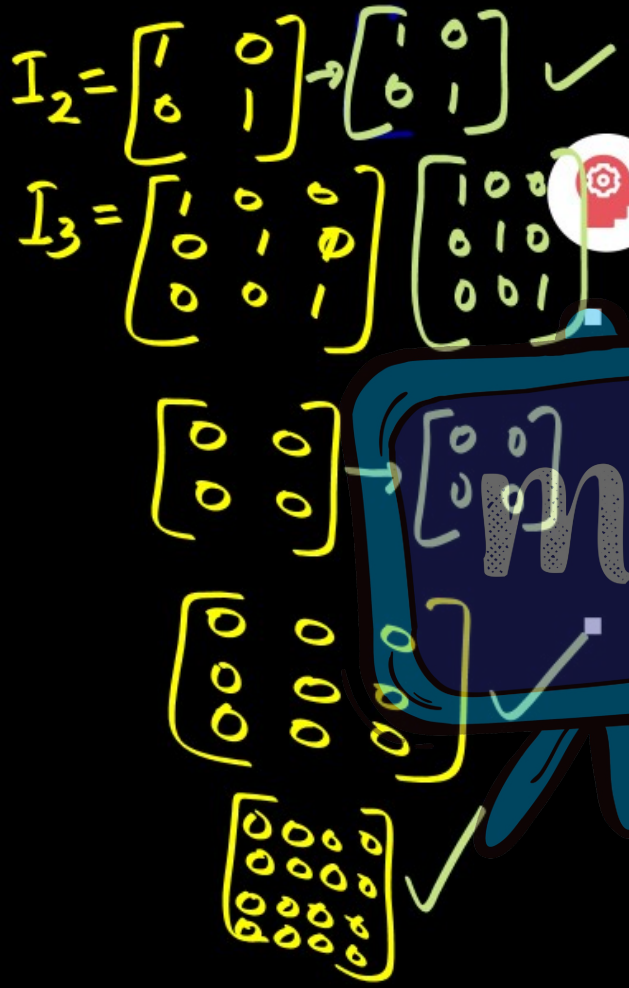
उदाहरण

$$A = \begin{bmatrix} 0 & h & g \\ -h & 0 & f \\ -g & -f & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

विषम सममित आव्यूह

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

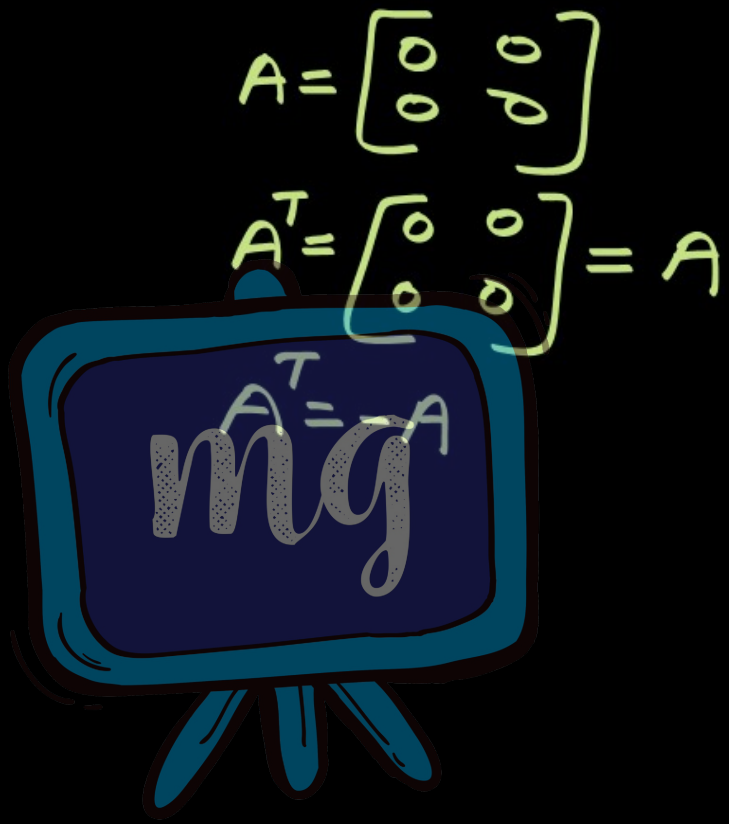


नोट

प्रत्येक इकाई मैट्रिक्स तथा वर्ग शून्य मैट्रिक्स सममित मैट्रिक्स होता है। प्रत्येक वर्ग शून्य मैट्रिक्स विषम सममित भी होता है।

प्रत्येक विषम सममित मैट्रिक्स के विकर्ण के सभी अवयव शून्य होते हैं, चूंकि विकर्ण के किसी अवयव a_{ii} के लिए के लिए

$a_{ii} = -a_{ii} \Rightarrow a_{ii} = 0$


A = [0 0; 0 0]
A^T = [0 0; 0 0] = A
A^T = -A
mg

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$A + A^T \rightarrow$ सममित

$A - A^T \rightarrow$ विषम सममित

सममित एवं विषम सममित आव्यूहों के गुणधर्म (Properties of symmetric and skew-symmetric matrices)

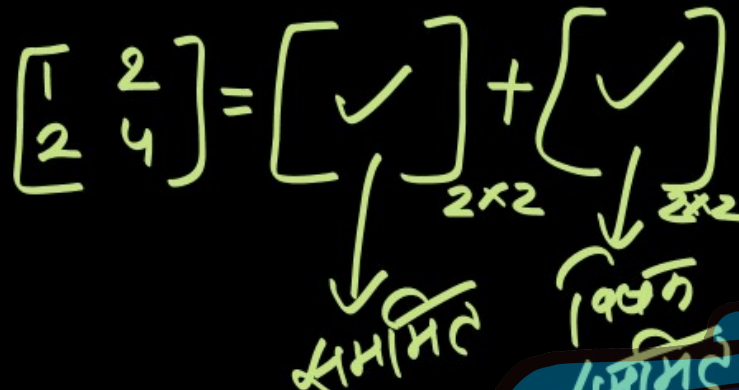
(a) यदि A कोई एक वर्ग मेट्रिक्स है, तो

(i) A + A' सममित मैट्रिक्स होते हैं।

(ii) A – A' विषम सममित मैट्रिक्स होता है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



(b) प्रत्येक वर्ग मैट्रिक्स A को अद्वितीय रूप से एक सममित एवं एक विषम सममित मैट्रिक्स के योग के रूप में लिख सकते हैं। अर्थात्

$$A = \left\{\frac{1}{2}(A+A')\right\} + \left\{\frac{1}{2}(A-A')\right\}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\frac{1}{2}(A+A^T)\,\frac{1}{2}(A-A^T)$$

$$= \frac{A}{2} + \frac{A^T}{2} + \frac{A}{2} - \frac{A^T}{2}$$



$A = P + Q$

जहाँ $P = \frac{1}{2}(A + A^T)$ सममित

$Q = \frac{1}{2}(A - A^T)$ विषम सममित



$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Symm.

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$



उदाहरण – 22

आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

हम जानते हैं कि किसी भी आव्यूह A को एक सममित आव्यूह P तथा एक विषम सममित आव्यूह Q के योगफल के रूप में लिखा जा सकता है जहाँ $P=\frac{1}{2}(A+A^T)$ तथा $Q=\frac{1}{2}(A-A^T)$

यहाँ $A=\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}$ $A^T=\begin{bmatrix}2 & -1 & 1\\ -2 & 3 & -2\\ -4 & 4 & -3\end{bmatrix}$

$A+A^T=\begin{bmatrix}4 & -3 & -3\\ -3 & 6 & 2\\ -3 & 2 & -6\end{bmatrix}$ $A-A^T=\begin{bmatrix}0 & -1 & -5\\ 1 & 0 & 6\\ 5 & -6 & 0\end{bmatrix}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अब $P = \frac{1}{2}(A + A^T) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -3 & 6 & 2 \\ -3 & 2 & -6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & -3/2 & -3/2 \\ -3/2 & 3 & 1 \\ -3/2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

$A = P + Q$

तथा $Q = \frac{1}{2}(A - A^T) =$

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 5 & -6 & 0 \end{bmatrix} =$

$\begin{bmatrix} 0 & -1/2 & -5/2 \\ 1/2 & 0 & 3 \\ 5/2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

1. निम्नलिखित आव्यूहों में से प्रत्येक का परिवर्त ज्ञात कीजिए :

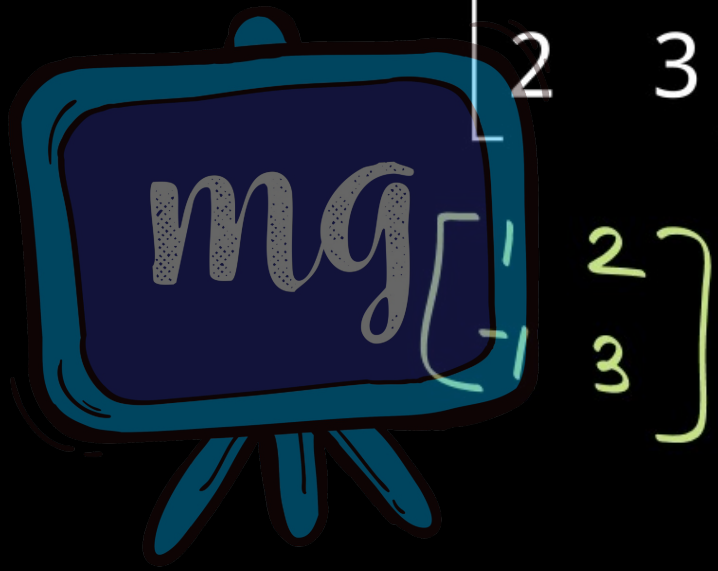


$\rightarrow \begin{bmatrix} 5 & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(iii) $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 6 \\ \sqrt{3} & 5 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} & 2 \\ 5 & 5 & 3 \\ 6 & 6 & -1 \end{bmatrix}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

2. यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ हैं तो सत्यापित कीजिए कि

(i) $(A + B)' = A' + B'$

L.H.S

$$= \left(\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \right)'$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 3 & -2 \\ 6 & 9 & 9 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

R.H.S

$$A' + B'$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}' + \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 4 \\ -2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

अतः L.H.S = R.H.S

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) $(A - B)' = A' - B'$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ∴

$(A')' = A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ∴

3. यदि $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ हैं तो सत्यापित कीजिए कि

$B' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

(i) $(A + B)' = A' + B'$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) $(A - B)' = A' - B'$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

4. यदि $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ हैं तो $(A + 2B)'$ ज्ञात कीजिए।

$$(A+2B)' = \left(\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\right)' = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\right)' = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}'$$

$(AB)' = B'A'$

5. A तथा B आव्यूहों के लिए सत्यापित कीजिए कि $(AB)' = B'A'$, जहाँ

(i) $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

3×1 $\quad 1 \times 3$

$AB \rightarrow 3 \times 3$

(ii) $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

6. (i) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $A'A = I$

अब $A'A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha + \sin^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha \\ \sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \end{bmatrix}$$

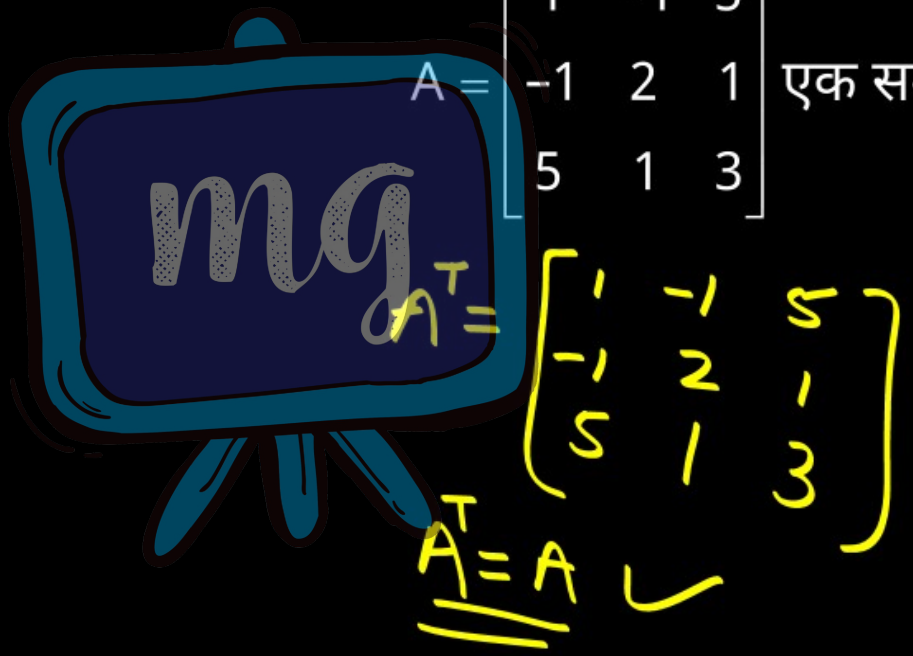
HW

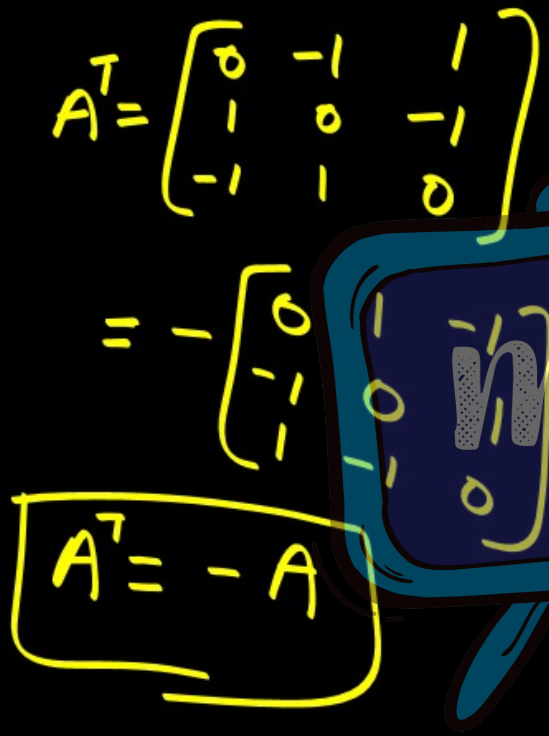
(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix}$ हो तो

सत्यापित कीजिए कि $A'A = I$

7. (i) सिद्ध कीजिए कि आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ एक सममित आव्यूह है।





(ii) सिद्ध कीजिए कि आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$ एक विषम सममित आव्यूह है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

8. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि

(i) $(A + A')$ एक सममित आव्यूह है।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A + A' = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 11 & 14 \end{bmatrix}$$

$$(A+A')' = \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 11 & 14 \end{bmatrix}'$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 11 & 14 \end{bmatrix}$$

$$= A + A'$$

$$\Rightarrow (A+A')' = A + A'$$

$$A - A' = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

अब $(A - A')' = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}'$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= -\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -(A - A')$$

(ii) $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह है।

अत : $(A - A')' = -(A - A')$

अत : $A - A'$ एक विषम सममित आव्यूह है

9. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}$ तो $\frac{1}{2}(A + A')$ तथा $\frac{1}{2}(A - A')$ ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$A = P + Q$

$P = \frac{1}{2}(A + A^T)$

$Q = \frac{1}{2}(A - A^T)$

10. निम्नलिखित आव्यूहों को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए:

(i) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(ii) $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$



(iii) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$



(iv) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न संख्या 11 तथा 12 में सही उत्तर चुनिए :

11. यदि A तथा B समान कोटि के सममित आव्यूह हैं तो AB – BA एक

(अ) विषम सममित आव्यूह है

(ब) सममित आव्यूह है

(स) शून्य आव्यूह है

(द) तत्समक आव्यूह है

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

12. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$, तो α का मान है

(अ) $\frac{\pi}{6}$

(ब) $\frac{\pi}{3}$

(स) π

(द) $\frac{3\pi}{2}$

व्युत्क्रमणीय आव्यूह (Invertible Matrices)



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यदि A, कोटि m, का, एक वर्ग आव्यूह है और यदि एक अन्य वर्ग आव्यूह का अस्तित्व इस प्रकार है, कि $AB = BA = I$, तो B को आव्यूह A का व्युत्क्रम आव्यूह कहते हैं और इसे A^{-1} द्वारा निरूपित करते हैं। ऐसी दशा में आव्यूह A व्युत्क्रमणीय कहलाता है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- व्युत्क्रम का व्युत्क्रम मूल आव्यूह ही होगा, अर्थात $(A^{-1})^{-1} = A$
- एक आव्यूह के परिवर्त का व्युत्क्रम उसके व्युत्क्रम का परिवर्त होता है, अर्थात $(A')^{-1} = (A^{-1})'$
- यदि A, B, C एक ही क्रम के तीन व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं तो ABC व्युत्क्रमणीय है और इसके अतिरिक्त $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

☛ $A = \text{diag}\,(a_1 a_2 \ldots . a_n)$

$\Rightarrow A^{-1} = \text{diag}\,(a_1^{-1} a_2^{-1} \ldots . a_n^{-1})$

☛ A एक अदिश आव्यूह है तब

$\Rightarrow A^{-1}$ यह भी एक अदिश आव्यूह होगा।

प्रमेय 3 : व्युत्क्रम आव्यूह की अद्वितीयता

किसी वर्ग आव्यूह का व्युत्क्रम आव्यूह, यदि उसका अस्तित्व है तो अद्वितीय होता है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय 4

यदि A तथा B समान कोटि के व्युत्क्रमणीय आव्यूह हों तो $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$



1. आव्यूह A तथा B एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे केवल यदि

(अ) $AB = BA$

(ब) $AB = BA = 0$

(स) $AB = 0, BA = I$

(द) $AB = BA = I$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहारण - 23

यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ तो सिद्ध

कीजिए कि $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$, $n \in N$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 24

यदि A तथा B समान कोटि के सममित आव्यूह हैं तो दर्शाइए कि AB सममित है, यदि और केवल यदि A तथा B क्रमविनिमेय है, अर्थात् AB = BA है।



उदाहरण - 25

मान लीजिए कि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ है। एक ऐसा आव्यूह D ज्ञात कीजिए कि $CD - AB = O$ हो।

1. यदि A तथा B सममित आव्यूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि AB – BA एक विषम सममित आव्यूह है।



2. सिद्ध कीजिए कि आव्यूह B' AB सममित अथवा विषम सममित है यदि A सममित अथवा विषम सममित है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

3. x, y, तथा z के मानों को ज्ञात कीजिए, यदि

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$ समीकरण

$A' A = I$ को संतुष्ट करता है।



4. x के किस मान के लिए

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = O \text{ है।}$$

5. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $A^2 - 5A + 7I = 0$ है।

6. यदि $\begin{bmatrix} x & -5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = O$

है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

7. एक निर्माता तीन प्रकार की वस्तुएँ x, y, तथा z का उत्पादन करता है जिन का वह दो बाजारों में विक्रय करता है। वस्तुओं की वार्षिक बिक्री नीचे सूचित (निदर्शित) है :

बाज़ार	उत्पादन		
I	10,000	2,000	18,000
II	6,000	20,000	8,000

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(a) यदि x, y तथा z की प्रत्येक इकाई का विक्रय मूल्य क्रमशः ₹ 2.50, ₹ 1.50 तथा ₹ 1.00 है तो प्रत्येक बाज़ार में कुल आय (Revenue), आव्यूह बीजगणित की सहायता से ज्ञात कीजिए।

(b) यदि उपर्युक्त तीन वस्तुओं की प्रत्येक इकाई की लागत (Cost) क्रमश: ₹ 2.00, ₹ 1.00 तथा 50 पैसे है तो कुल लाभ (Gross profit) ज्ञात कीजिए।

8. आव्यूह X ज्ञात कीजिए, यदि

$$X\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7 & -8 & -9\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}$$ है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निम्नलिखित प्रश्नों में सही उत्तर चुनिए :

9. यदि $A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & -\alpha \end{bmatrix}$ इस प्रकार है कि $A^2 = I$ तो

(अ) $1 + \alpha^2 + \beta\gamma = 0$

(ब) $1 - \alpha^2 + \beta\gamma = 0$

(स) $1 - \alpha^2 - \beta\gamma = 0$

(द) $1 + \alpha^2 - \beta\gamma = 0$

10. यदि एक आव्यूह सममित तथा विषम सममित दोनों ही है तो :

(अ) A एक विकर्ण आव्यूह है।

(ब) A एक शून्य आव्यूह है।

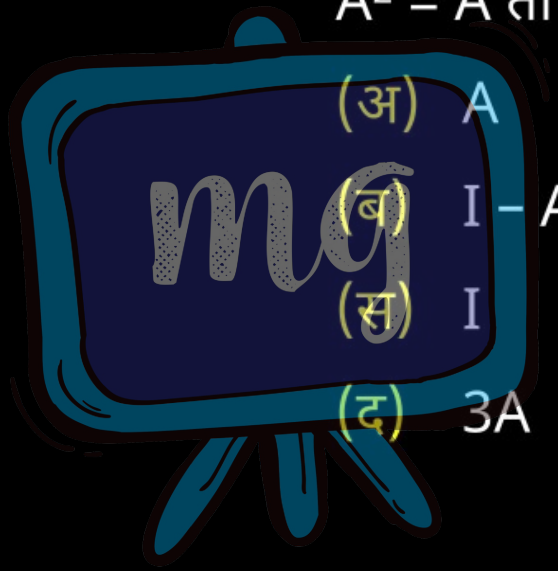
(स) A एक वर्ग आव्यूह है।

(द) इनमें से कोई नहीं।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

11. यदि A एक वर्ग आव्यूह इस प्रकार है कि $A^2 = A$ तो $(I + A)^3 - 7A$ बराबर है:



(अ) A

(ब) $I - A$

(स) I

(द) 3A