ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-12

सारणिक

(Determinants)

अध्याय - 4

भाग - 9

प्रश्नावली 4.5

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.4

माना $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

अब, $\text{adj } A = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

18. यदि A कोटि दो का व्युत्क्रमीय आव्यूह है तो $\det(A^{-1})$ बराबर:

(A) $\det(A)$

(B) $\frac{1}{\det(A)}$

(C) 1

(D) 0

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d}{|A|} & \frac{-b}{|A|} \\ \frac{-c}{|A|} & \frac{a}{|A|} \end{bmatrix}$$

$$\det(A^{-1}) = |A^{-1}| = \begin{vmatrix} \frac{d}{|A|} & \frac{-b}{|A|} \\ \frac{-c}{|A|} & \frac{a}{|A|} \end{vmatrix}$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|^2}\begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{|A|^2}(ad - bc)$$

$$= \frac{1}{|A|^2} \cdot |A|$$

$$\det(A^{-1}) = |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$= \frac{1}{\det A}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$X = A^{-1}B$

उदाहरण -16 : निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए:

$2x + 5y = 1$

$3x + 2y = 7$

यहाँ $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$|A| = 4 - 15 = -11 \neq 0$

$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}$

अब, $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

अतः $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A = \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

अब, $A^{-1} \cdot B = \frac{1}{-11}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-11}\begin{bmatrix} 2-35 \\ -3+14 \end{bmatrix} = -\frac{1}{11}\begin{bmatrix} -33 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

अत: $X = A^{-1}B$

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

तुलना करने पर:

$x = 3$

$y = -1$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ माना $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

उदाहरण -17 : निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

$B = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

अब, $|A| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix}$

R_2 के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = -2(-4+9) + 1(6-12) - (-1)(-9+8)$

$= -2(5) - 6 - 1$

$= -10 - 7 = -17 \neq 0$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ $|A| = -17 \neq 0$

अतः इसके अद्वितीय हल विद्यमान हैं।

अब, $\text{adj } A = \begin{bmatrix} -1 & -5 & -1 \\ -8 & -6 & 9 \\ -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

$A_{11} = (-1)^{1+1}.(2-3) = -1$

$A_{12} = (-1)^{1+2}.(4+4) = -8$

$A_{13} = (-1)^{1+3}.(-6-4) = -10$

$A_{21} = (-1)^{2+1}.(-4+9) = -5$

$A_{22} = (-1)^{2+2}.(6-12) = -6$

$A_{23} = (-1)^{2+3}.(-9+8) = 1$

$A_{31} = (-1)^{3+1}.(2-3) = -1$

$A_{32} = (-1)^{3+2}.(-3-6) = 9$

$A_{33} = (-1)^{3+3}.(3+4) = 7$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अत: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A = \frac{1}{-17}\begin{bmatrix} -1 & -5 & -1 \\ -8 & -6 & 9 \\ -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

अब, $A^{-1}B = \frac{1}{-17}\begin{bmatrix} -1 & -5 & -1 \\ -8 & -6 & 9 \\ -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = -\frac{1}{17}\begin{bmatrix} -8-5-4 \\ -64-6+36 \\ -80+1+28 \end{bmatrix} = \frac{-1}{17}\begin{bmatrix} -17 \\ -34 \\ -51 \end{bmatrix}$

अत: $X = A^{-1}B$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

तुलना करने पर:

$$\begin{bmatrix} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

माना तीन संख्याएँ हैं :

x, y, z

प्रश्नानुसार :

$$x + y + z = 6 \quad \text{—(1)}$$

$$y + 3z = 11 \quad \text{—(2)}$$

$$x + z = 2y$$

$$\Rightarrow x - 2y + z = 0 \quad \text{—(3)}$$

उदाहरण -18 : तीन संख्याओं का योग 6 है। यदि हम तीसरी संख्या को 3 से गुणा करके दूसरी संख्या में जोड़ दें तो हमें 11 प्राप्त होता है। पहली ओर तीसरी को जोड़ने से हमें दूसरी संख्या का दुगुना प्राप्त होता है। इसकी बीजगणितीय निरूपण कीजिए और आव्यूह विधि से संख्याएँ ज्ञात कीजिए।