

# अध्याय - 11

## वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल



# आज क्या पढ़ेंगे ?

1 वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

2 प्रश्नावली 11.1

mg

Aim - 100

$d = 2r$

$r = \frac{d}{2}$


missiongyan

आत (chord)

$d = 12\text{ cm}$     $r = 6\text{ cm}$

$r = 9\pi\text{ cm}$     $d = 4\pi\text{ cm}$

$\pi = \frac{22}{7}$   
 $\pi = 3.14$



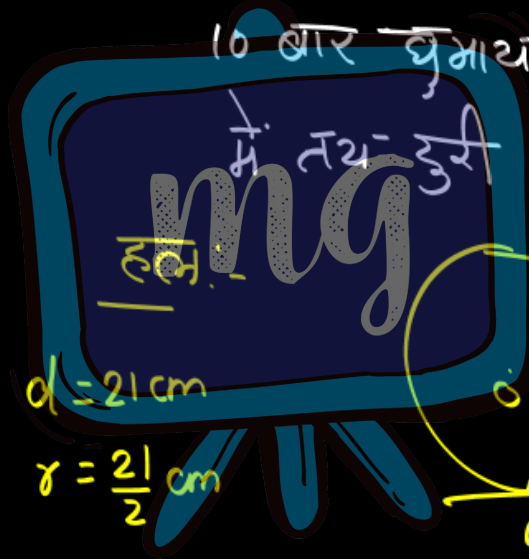
परिधि =  $2\pi r$

Q1.  $d = 14\text{cm}$  का परिधि ?

परिधि =  $2\pi r$   
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$   
 $= 44\text{cm}$

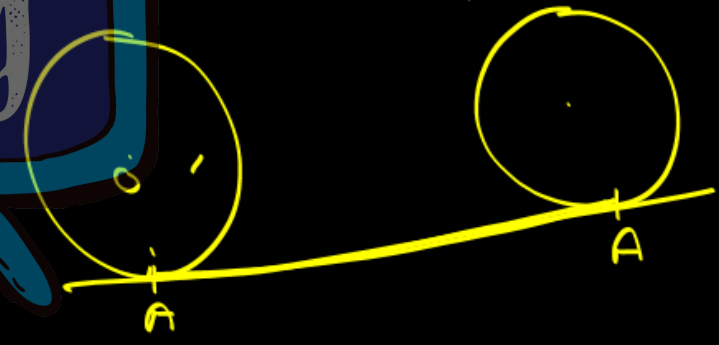
$$r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2}$$
$$r = 7\text{cm}$$

Q. यदि एक 21cm व्यास वाले पहिए को  
10 बार घुमाया जाता है, तो 10 चक्कर  
में तय-दूरी ज्ञात कीजिए।



$d = 21 \text{ cm}$

$r = \frac{21}{2} \text{ cm}$



पहले द्वारा एक चक्कर में  
तय दूरी



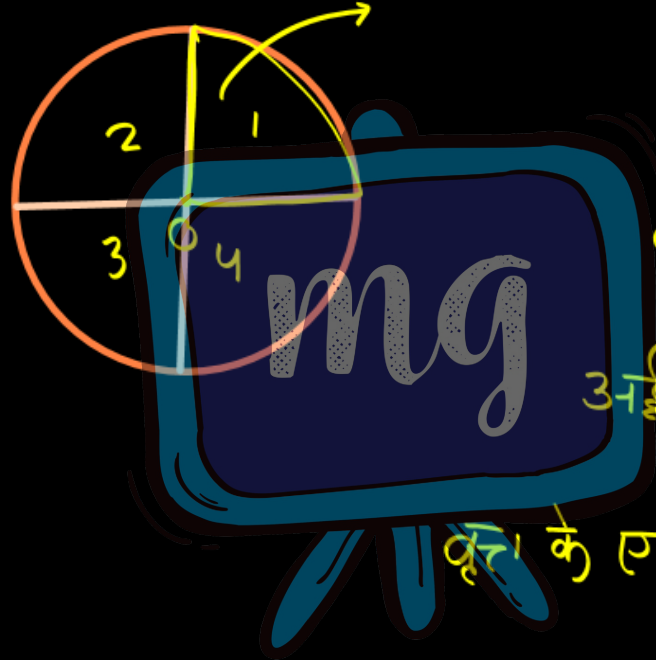
$$= \text{वृत्त की परिधि}$$

$$= 2\pi r$$
$$= \cancel{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{\cancel{21}}{\cancel{2}}$$

$$= \underline{66 \text{ cm}}$$

$$10 \text{ चक्कर} = 10 \times 66 = \underline{660 \text{ cm}}$$

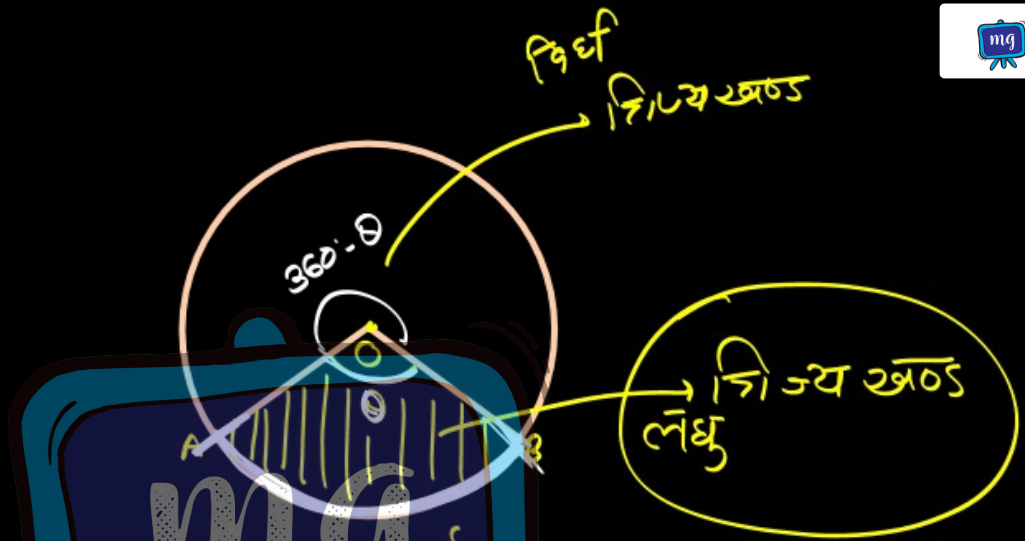




वृत्त का क्षेत्रफल =  $\pi r^2$

अर्ध वृत्त का क्षेत्रफल =  $\frac{\pi r^2}{2}$

वृत्त के एक चतुर्थांश का क्षेत्रफल =  $\frac{\pi r^2}{4}$



त्रिज्य खण्ड का क्षेत्रफल =  $\pi r^2 \frac{\theta}{360}$   
 $= \frac{\pi r^2 \theta}{360}$

विषय त्रिज्य खण्ड का क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल - लघु त्रिज्य खण्ड का क्षेत्रफल  
 $= \frac{\pi r^2 (360 - \theta)}{360}$



त्रि-पक्षब्रह्म के चाप की ल० =  $\frac{2\pi r \theta}{360}$  ✓

=  $\frac{\pi r \theta}{180}$  ✓

Q.  $d = 21 \text{ cm}$ ,  $\theta = 60^\circ$  त्त

(iii) विधु गिज्य का क्षेत्र

$$= \pi r^2 (360 - \theta)$$

$$= \frac{11}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \left( \frac{360 - 60}{360} \right) \text{ cm}^2$$

$$= \frac{11 \times 3 \times 21 \times 5}{2 \times 2 \times 4} = \frac{231 \times 5}{4} = \frac{1155}{4} \text{ cm}^2$$

(i) चाप की ल.

(ii) त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

(iii) विधु गिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$d = 21 \text{ cm}$ ,  $r = \frac{d}{2} = \frac{21}{2} \text{ cm}$

(i) चाप की ल. =  $2\pi r \cdot \frac{\theta}{360}$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{60}{360}$$

$$= \frac{11 \times 21 \times 60}{7 \times 6} = 11 \text{ cm}$$

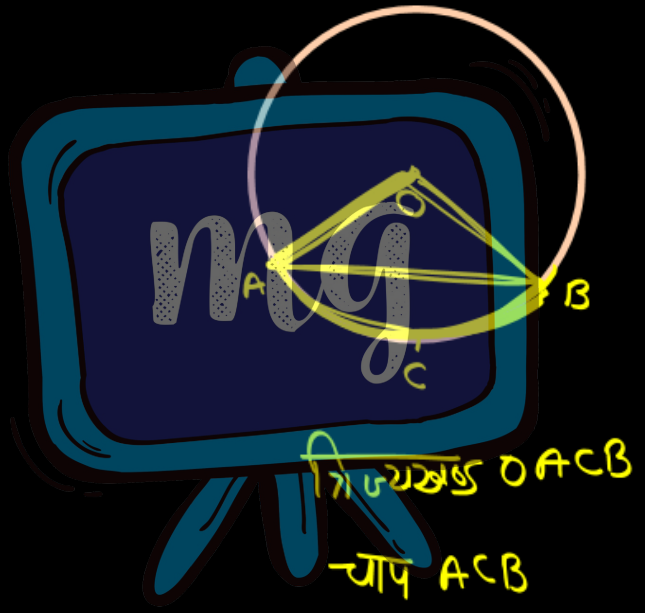


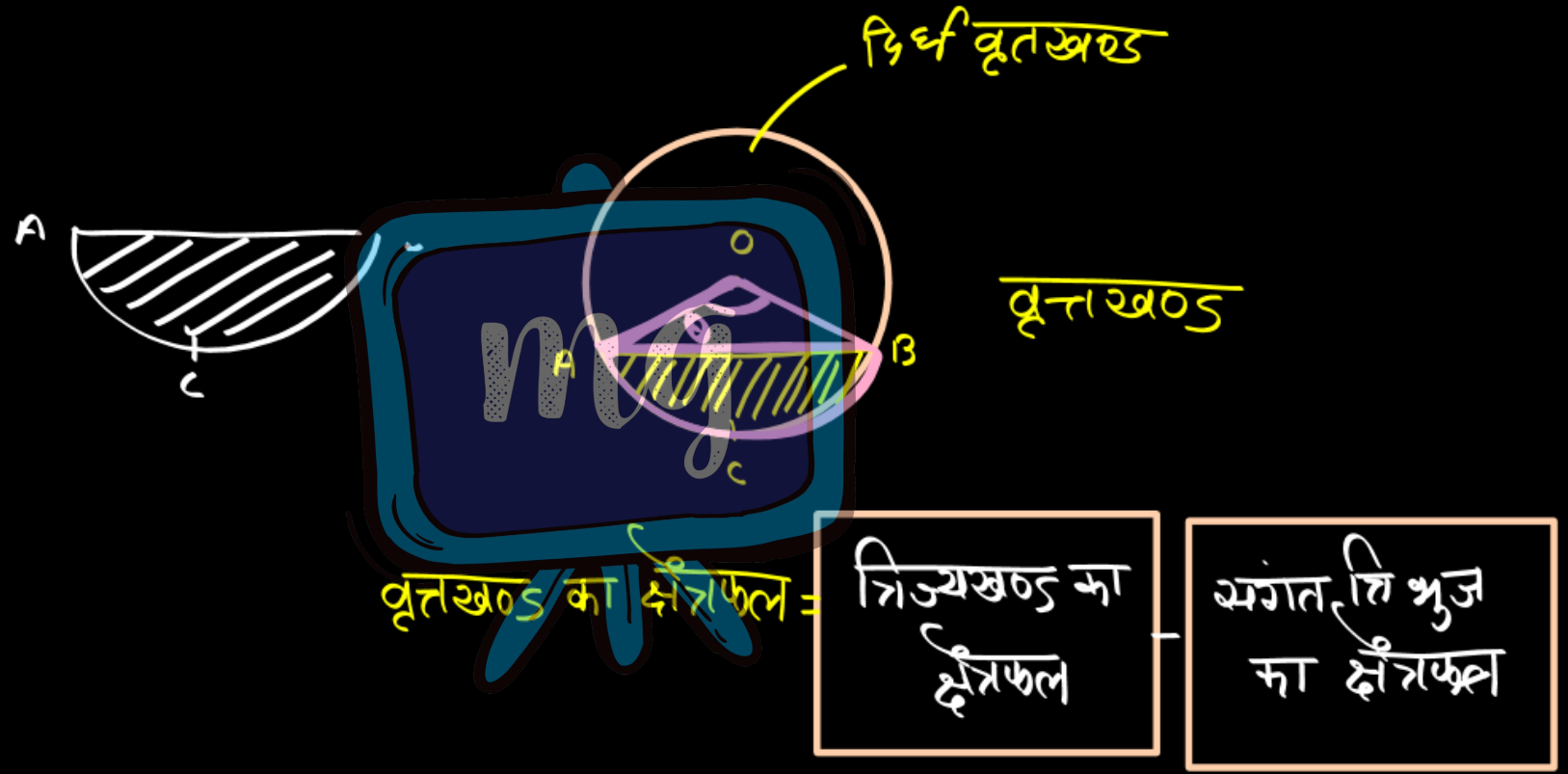
(ii) त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल =  $\pi r^2 \frac{\theta}{360}$

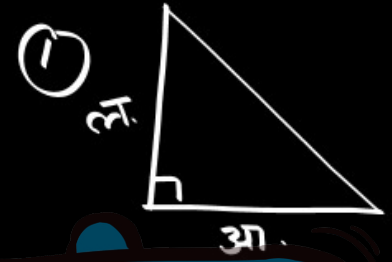
$$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{60}{360}$$

$$= \frac{11 \times 3 \times 21}{2 \times 2}$$

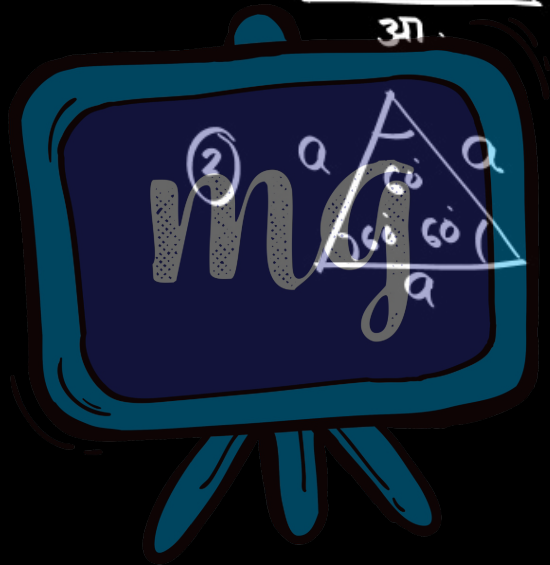
$$= \frac{231}{4} \text{ cm}^2$$



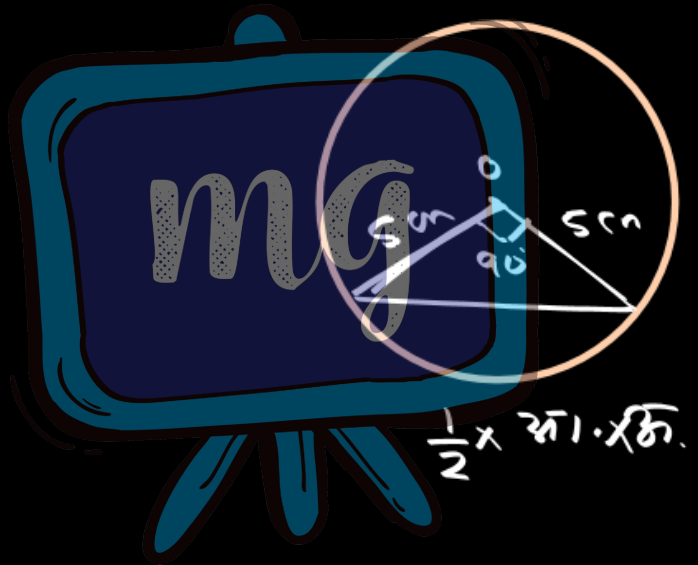


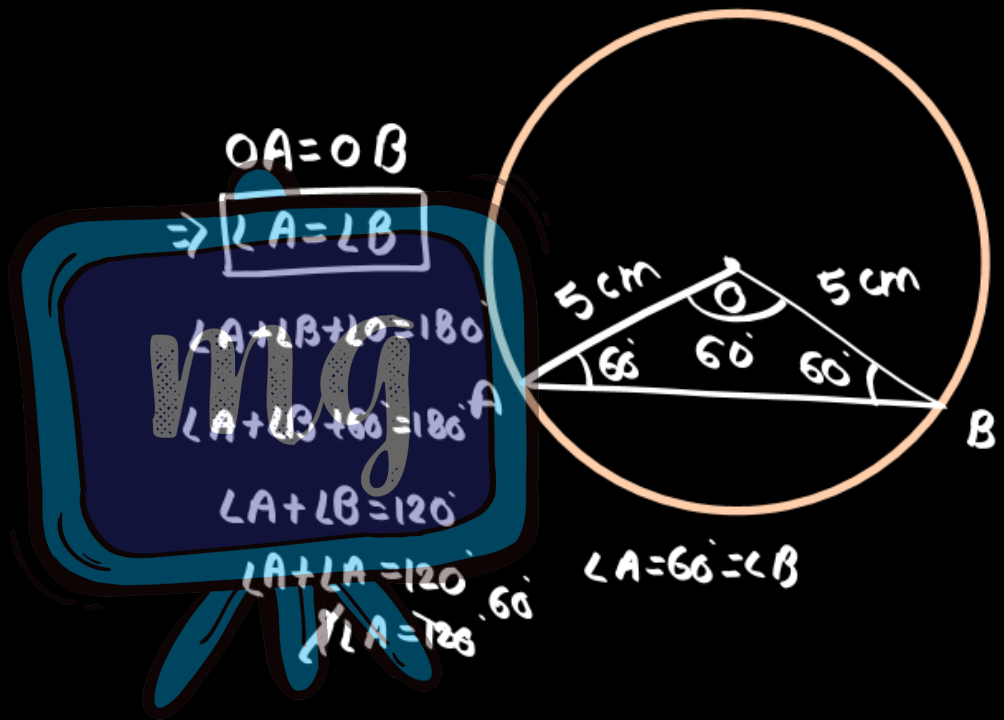


$$\frac{1}{2} \times \text{आ} \times \text{आ}$$



$$\frac{\sqrt{3}}{4} \text{आजा}^2$$



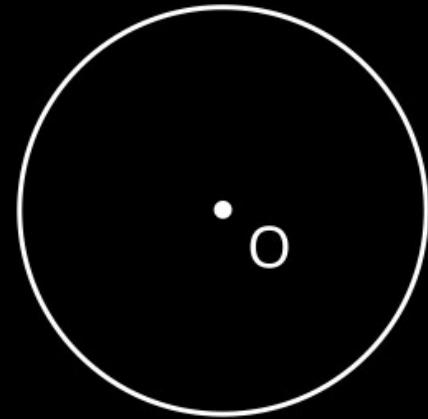


# वृत्त की परिधि





- किंसी वृत्त की परिसीमा (boundary) पर एक चक्कर लगाने में तय किये गये पथ की लम्बाई, वृत्त की परिधि (Circumference) कहलाती है।



ध्यान दें :

यदि एक वृत्त की त्रिज्या =  $r$  है तब

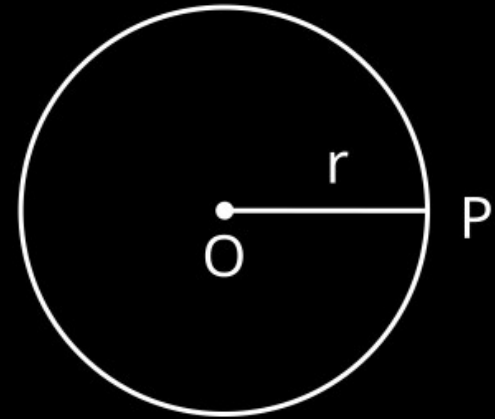

$$\text{वृत्त की परिधि} = 2\pi r$$

यहाँ  $\pi$  एक अपरिमेय संख्या है जिसका  
लगभग मान  $\frac{22}{7}$  या 3.14 होता है।

## वृत्त का क्षेत्रफल



- किसी भी आकृति द्वारा घेरी गई जगह (स्थान) उस आकृति का क्षेत्रफल कहलाता है, अतः कोई वृत्त जितना स्थान घेरता है, वह उस वृत्त का क्षेत्रफल कहलाता है।



ध्यान दें :

यदि एक वृत्त की त्रिज्या =  $r$  है तब



वृत्त का क्षेत्रफल =  $\pi r^2$

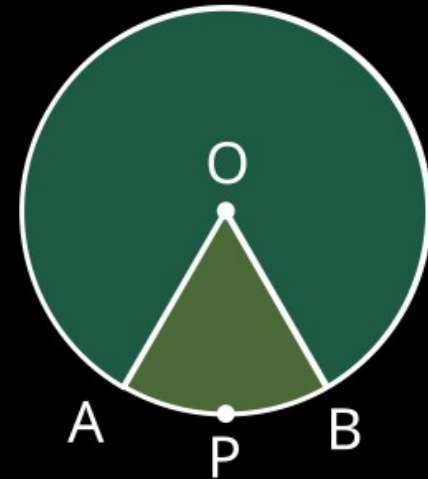
यहाँ

$$\pi = \frac{22}{7} = 3.14$$

# वृत्त का त्रिज्यखंड



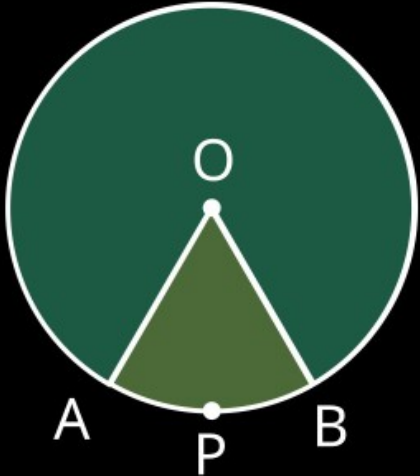
- किसी वृत्त में किन्हीं दो त्रिज्याओं तथा उनके मध्य वृत्त के चाप द्वारा घिरा क्षेत्र वृत्त का त्रिज्यखंड कहलाता है।



# त्रिज्यखंड का कोण



किसी वृत्त में त्रिज्यखंड की त्रिज्याओं के मध्य का कोण त्रिज्यखंड का कोण कहलाता है।



▮ यदि किसी वृत्त की त्रिज्या  $r$  तथा त्रिज्यखंड का कोण  $\theta$  हो तो =-



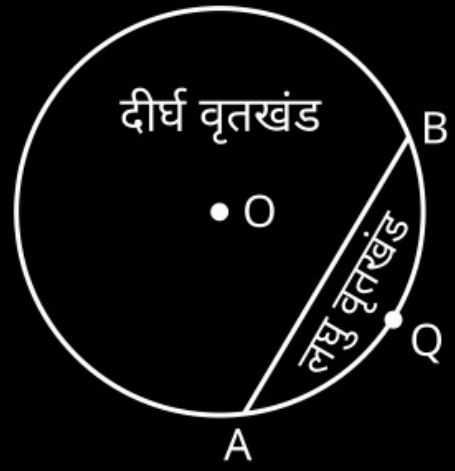
$$\text{त्रिज्यखंड के चाप की लम्बाई (L)} = \frac{\pi r \theta}{180^\circ}$$

$$\text{त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल (A)} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

# वृत्तखंड



किसी वृत्त में एक जीवा तथा वृत्त के चाप द्वारा घिरा क्षेत्र वृत्तखंड कहलाता है।



एक वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल =

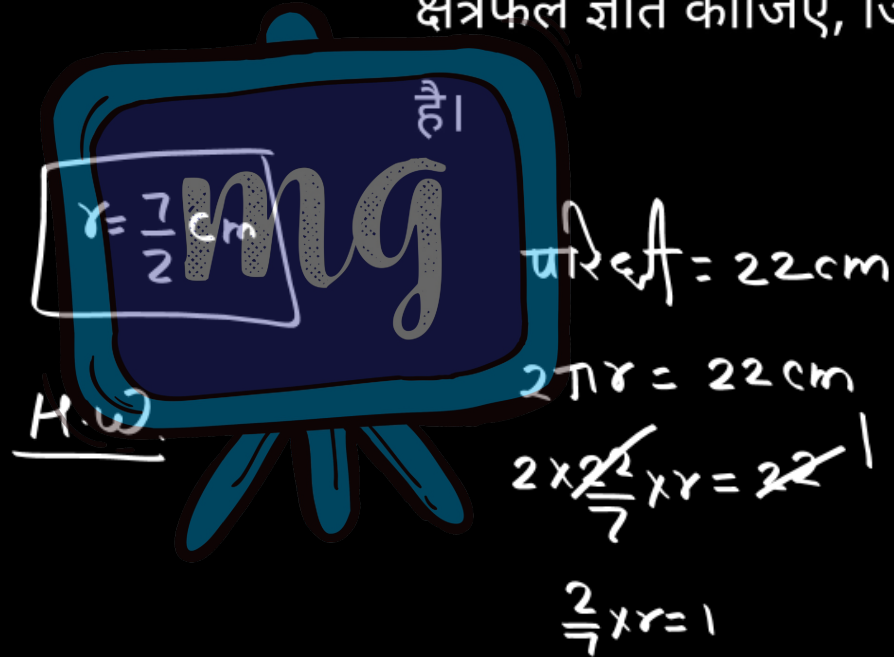
संगत त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल – संगत त्रिभुज का क्षेत्रफल



1. 6 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण  $60^\circ$



2. एक वृत्त के चतुर्थांश (quadrant) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी परिधि 22 cm



है।

$r = \frac{7}{2} \text{ cm}$

H.W.

परिधि = 22 cm

$2\pi r = 22 \text{ cm}$

$2 \times \frac{7}{2} \times r = 22$

$7 \times r = 11$



3. एक घड़ी की मिनट की सुई जिसकी लंबाई 14 cm है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



4.

10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर एक समकोण अंतरित करती है।

निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

संगत लघु वृत्तखंड

$$\theta = 90^\circ$$

$$r = 10 \text{ cm}$$



(ii) संगत दीर्घ त्रिज्यखंड

( $\pi = 3.14$  का प्रयोग कीजिए)।



5. त्रिज्या 21 cm वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर  $60^\circ$  का कोण अंतरित करता है। ज्ञात कीजिए:

(i) चाप की लंबाई



(ii) चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल



(iii) संगत जीवा द्वारा बनाए गए वृत्तखंड का  
क्षेत्रफल



6. 15 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर  $60^\circ$  का कोण अंतरित करती है। संगत

लघु और दीर्घ वृत्तखंडों के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

( $\pi = 3.14$  और  $\sqrt{3} = 1.73$  का प्रयोग कीजिए।)

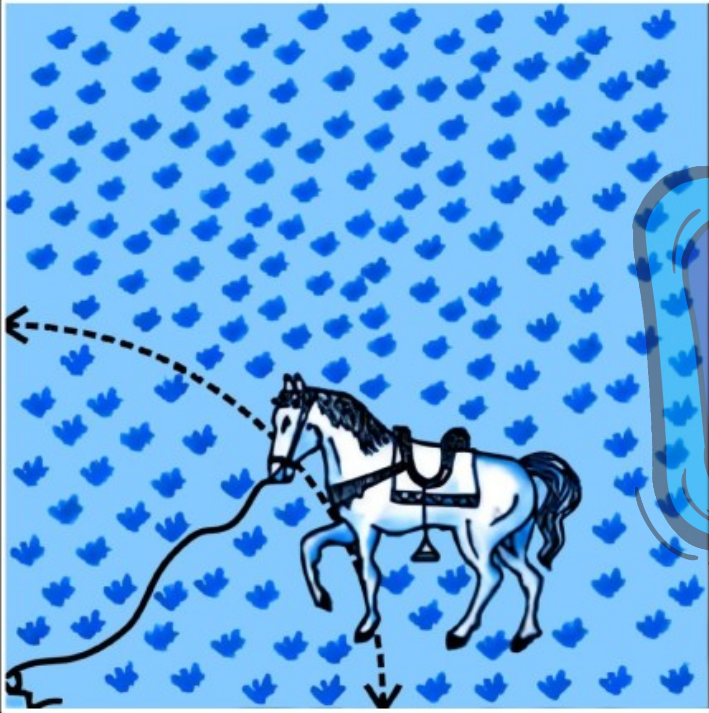


7. त्रिज्या 12 cm वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर  $120^\circ$  का कोण अंतरित करती है।

संगत वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

( $\pi = 3.14$  और  $\sqrt{3} = 1.73$  का प्रयोग कीजिए।)





8. 15 m भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खूँटे से एक घोड़े को 5m लंबी रस्सी से बाँध दिया गया है (देखिए आकृति)। ज्ञात कीजिए:
- (i) मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल जहाँ घोड़ा घास चर सकता है।

- (ii) चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि, यदि घोड़े को 5m लंबी रस्सी के स्थान पर 10m लंबी रस्सी से बाँध दिया जाए।

( $\pi = 3.14$  का प्रयोग कीजिए।)





9. एक वृत्ताकार ब्रूच (brooch) को चाँदी के तार से बनाया जाना है जिसका व्यास 35 mm है। तार को वृत्त के 5 व्यासों को बनाने में भी प्रयुक्त किया गया है जो उसे 10 बराबर त्रिज्यखंडों में विभाजित करता है जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। तो ज्ञात कीजिए:
- (i) कुल वांछित चाँदी के तार की लंबाई

(ii) ब्रूच के प्रत्येक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल



10. एक छतरी में आठ ताने हैं, जो बराबर दूरी पर लगे हुए हैं (देखिए आकृति)। छतरी को 45 cm त्रिज्या वाला एक सपाट वृत्त मानते हुए, इसकी दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



11. किसी कार के दो वाइपर (Wipers) हैं, परस्पर कभी आच्छादित नहीं होते हैं। प्रत्येक वाइपर की पत्ती की लंबाई 25 cm है और  $115^\circ$  के कोण तक घूम कर सफाई कर सकता है। पत्तियों की प्रत्येक बुहार के साथ जितना क्षेत्रफल साफ हो जाता है, वह ज्ञात कीजिए।

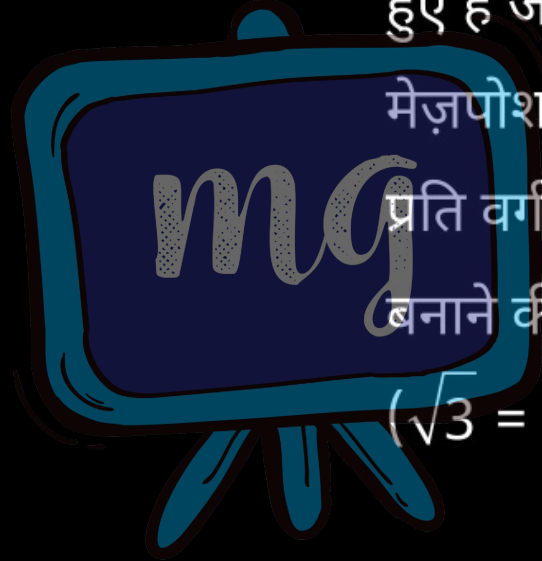


12. जहाज़ों को समुद्र में जलस्तर के नीचे स्थित चट्टानों की चेतावनी देने के लिए, एक लाइट हाउस (light house)  $80^\circ$  कोण वाले एक त्रिज्यखंड में 16.5 km की दूरी तक लाल रंग का प्रकाश फैलाता है। समुद्र के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसमें जहाज़ों को चेतावनी दी जा सके।

( $n = 3.14$  का प्रयोग कीजिए।)



13. एक गोल मेज़पोश पर छः समान डिज़ाइन बने हुए हैं जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि मेज़पोश की त्रिज्या 28 cm है, तो ₹ 0.35 प्रति वर्ग सेंटीमीटर की दर से इन डिज़ाइनों को बनाने की लागत ज्ञात कीजिए।  
( $\sqrt{3} = 1.7$  का प्रयोग कीजिए)



14. निम्नलिखित में सही उत्तर चुनिए:

त्रिज्या R वाले वृत्त के उस त्रिज्यखंड का

क्षेत्रफल जिसका कोण  $p^\circ$  है, निम्नलिखित है:



$$(A) \frac{p}{180} \times 2\pi R$$

$$(B) \frac{\rho}{180} \times \pi R^2$$



$$(c) \frac{p}{720} \times 2\pi R^2$$



$$(D) \frac{\rho}{360} \times 2\pi R$$

