कक्षा-10

बहुपद

Polynomials

अध्याय - 2

भाग - 3

प्रश्नावली 2.2

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

माना $f(x) = ax+b (a \neq 0)$ एक रैखिक बहुपद है α इसका एक शून्यक है तब

$$\alpha = \frac{-b}{a}$$

अर्थात्

$$\text{रैखिक बहुपद का शून्यक} = \frac{-\text{अचर पद}}{x \text{ का गुणांक}}$$

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

उदाहरण 2. यदि $f(x) = 3x+5$ का एक शून्यक α है तब जाँच कीजिए कि

$f(x) = 3x + 5$

शून्यक के लिए :

$f(x) = 3x + 5 = 0$

$\Rightarrow 3x = -5$

$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{5}{3}}$

अब, $\boxed{x = -\frac{5}{3}}$

व $\frac{-\text{अचर पद}}{x \text{ का गुणांक}} = \boxed{\frac{-5}{3}}$

$$\boxed{\alpha = \frac{-\text{अचर पद}}{x \text{ का गुणांक}}}$$

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

द्विघात बहुपद के शून्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंध

माना $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ एक द्विघात बहुपद है तथा α एवं β इसके दो शून्यक हैं तब –

1. $$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$$

अर्थात्

$$\text{शून्यकों का योग} = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

तथा



अर्थात्

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

द्विघात बहुपद ज्ञात करना जब इसके शून्यक ज्ञात हो –

माना $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ एक द्विघात बहुपद है तथा α एवं β इसके दो शून्यक हैं तब –

$$f(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

अर्थात्

द्विघात बहुपद = x^2 – (शून्यकों का योग)x + शून्यकों का गुणनफल

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

द्विघात बहुपद के शून्यक ज्ञात करने की गुणखण्ड विधि –

माना $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ एक द्विघात बहुपद है तब इसके शून्यक ज्ञात करने की गुणनखण्ड विधि निम्न प्रकार है–

चरण 1 : x^2 के गुणांक (a) तथा अचर पद (c) का गुणनफल ज्ञात करें। (माना d)

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

चरण 2 : प्राप्त गुणनफल d के दो ऐसे गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए जिनको जोड़ने या घटाने पर x का गुणांक (b) प्राप्त हों। (माना m व n)

चरण 3 : x का गुणांक (b) के स्थान पर (m +n) या (m – n) रख देते है तथा निम्न बहुपद प्राप्त कर लेते है।

$$ax^2 + mx \pm nx + c$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

चरण 4 : प्रथम दो तथा अन्तिम दो पदों से उभयनिष्ठ लेकर बहुपद को दो रैखिक बहुपदों के गुणनफल के रूप में लिख लेते हैं।

चरण 5 : प्रत्येक रैखिक बहुपद से अभीष्ट शून्यक ज्ञात करते हैं।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

$2x^2 - 8x + 6$

$\Rightarrow 2x^2 - 6x - 2x + 6$

$\Rightarrow 2x(x-3) - 2(x-3)$

$\Rightarrow (x-3)(2x-2)$

शून्यकों के लिए :

$x - 3 = 0$

$x = 3$

$2x - 2 = 0$

$2x = 2$

$x = 1$

अतः

$\alpha = 3$

$\beta = 1$

उदाहरण - द्विघात बहुपद $2x^2 - 8x + 6$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

अब, $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$3 + 1 = \frac{-(-8)}{2}$

$4 = 4$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$3 \times 1 = \frac{6}{2}$

$3 = 3$

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

$x^2 + 7x + 10$

$\Rightarrow x^2 + 5x + 2x + 10$

$\Rightarrow x(x+5) + 2(x+5)$

$\Rightarrow (x+5)(x+2)$

शून्यकों के लिए :

$x+5=0$

$\Rightarrow \boxed{x=-5}$

$\alpha = -5$

$x+2=0$

$\Rightarrow \boxed{x=-2}$

$\beta = -2$

$\alpha+\beta = -\frac{b}{a}$

$-5-2 = -\frac{7}{1}$

$\boxed{-7=-7}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$(-5)(-2) = \frac{10}{1}$

$\boxed{10=10}$

उदाहरण 2. द्विघात बहुपद $x^2 + 7x + 10$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

उदाहरण 3. बहुपद $x^2 - 3$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

$f(x) = x^2 - 3$

शून्यकों के लिए:

$x^2 - 3 = 0$

$\Rightarrow x^2 = 3$

$\Rightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{3}}$

$\alpha = +\sqrt{3}$

$\beta = -\sqrt{3}$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$\sqrt{3} - \sqrt{3} = -\frac{0}{1}$

$\boxed{0 = 0}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$(\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = \frac{-3}{1}$

$\boxed{-3 = -3}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

द्विघात बहुपद :

$f(x) = x^2 - (\text{शून्यकों का योग})x + (\text{शून्यकों का गुणनफल})$

उदाहरण 4. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः -3 और 2 हैं।

अतः $f(x) = x^2 - (-3+2)x + (-3)(2)$

$\Rightarrow f(x) = x^2 - (-1)x - 6$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = x^2 + x - 6}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

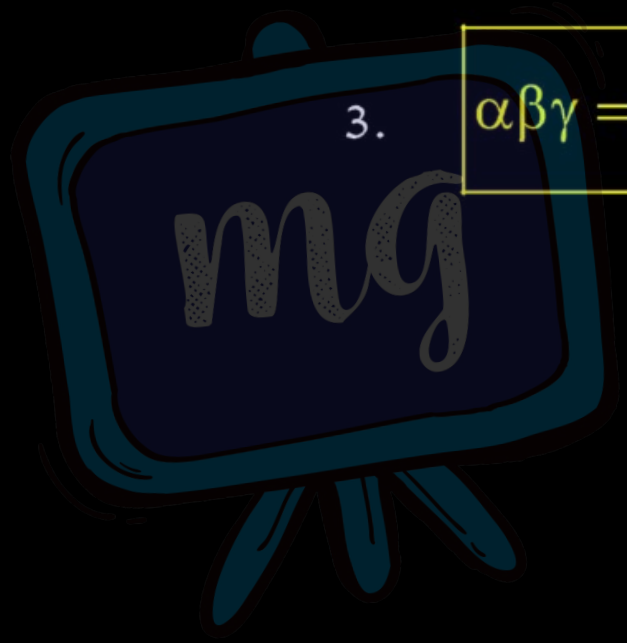
त्रिघात बहुपद के शून्यकों तथा गुणांकों के मध्य संबंध

माना $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx+d$ $(a \neq 0)$ एक त्रिघात बहुपद है तथा α, β एवं γ इसके तीन शून्यके हैं तब –

1. $$\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$$

2. $$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

त्रिघात बहुपद के शून्यकों तथा गुणांकों के मध्य संबंध



3. $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$

त्रिघात बहुपद के शून्यकों तथा गुणांकों के मध्य संबंध

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

यदि $x = 1$ हो :

$f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 11(1) - 6$

$= 1 - 6 + 11 - 6$

$= 12 - 12 = 0$

अतः $x = 1$ इसका एक शून्यक है।

$\Rightarrow (x - 1)$ इसका एक गुणनखण्ड होगा।

उदाहरण – त्रिघात बहुपद $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$x^2(x-1) - 5x(x-1) + 6(x-1)$

$x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6$

$f(x) = (x-1)(x^2 - 5x + 6)$

$f(x) = (x-1)(x^2-5x+6)$

अब x^2-5x+6

$\Rightarrow x^2-3x-2x+6$

$\Rightarrow x(x-3)-2(x-3)$

$\Rightarrow (x-3)(x-2)$

शून्यक :

$x-3=0$ | $x-2=0$

$\Rightarrow x=3$ | $\Rightarrow x=2$

अत :

$\alpha = 1$

$\beta = 3$

$\gamma = 2$

अब :

$\alpha+\beta+\gamma = \frac{-b}{a}$

$1+3+2 = \frac{-(-6)}{1}$

$6 = 6$

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = \frac{c}{a}$

$1\times3+3\times2+2\times1 = 11$

$11 = 11$

$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

$1\times3\times2 = -\frac{(-6)}{1}$

$6 = 6$