ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-12

सांतत्य तथा अवकलनीयता

(Continuity and Differentiability)

अध्याय - 5

भाग - 5

प्रश्नावली 5.1

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

फलन $f(x)$ के सांतत्य पर विचार कीजिए, जहाँ f निम्नलिखित द्वारा परिभाषित है:

14. $$f(x)=\begin{cases}3, & \text{यदि } 0\le x\le 1\\ 4, & \text{यदि } 1<x<3\\ 5, & \text{यदि } 3\le x\le 10\end{cases}$$

(i) यदि $0<x<1$:

$\lim_{x\to k} f(x) = 3$

$f(k) = 3$

सांतत

(ii) यदि $x=1$ हो:

LHL: $\lim_{h\to 0} f(1-h) = 3$

RHL: $\lim_{h\to 0} f(1+h) = 4$

असांतत

(iii) यदि $1 < x < 3$ हो :

$\lim_{x \to k} f(x) = 4$ तथा $f(k) = 4$ सतत

(iv) यदि $x = 3$ हो :

LHL : $\lim_{h \to 0} f(3-h) = 4$ तथा RHL : $\lim_{h \to 0} f(3+h) = 5$

$f(3) = 5$

असतत

(v) यदि $3 < x < 10$:-

$\lim_{x \to k} f(x) = 5$ तथा $f(k) = 5$ संतत



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

$x < 0 \Rightarrow 2K$ संतत

$x = 0 \Rightarrow \begin{matrix} LHL = 0 \\ RHL = 0 \end{matrix}$ $f(0) = 0$ संतत

$0 < x < 1 \Rightarrow 0$ संतत

$x = 1 \Rightarrow \begin{matrix} LHL = 0 \\ RHL = 4 \end{matrix}$ $f(1) = 0$ असंतत

$x > 1 \Rightarrow 4K$ संतत

15. $$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{यदि } x < 0 \\ 0, & \text{यदि } 0 \le x \le 1 \\ 4x, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

16. $f(x) = \begin{cases} -2, & \text{यदि } x \leq -1 \\ 2x, & \text{यदि } -1 > x \leq 1 \\ 2, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$

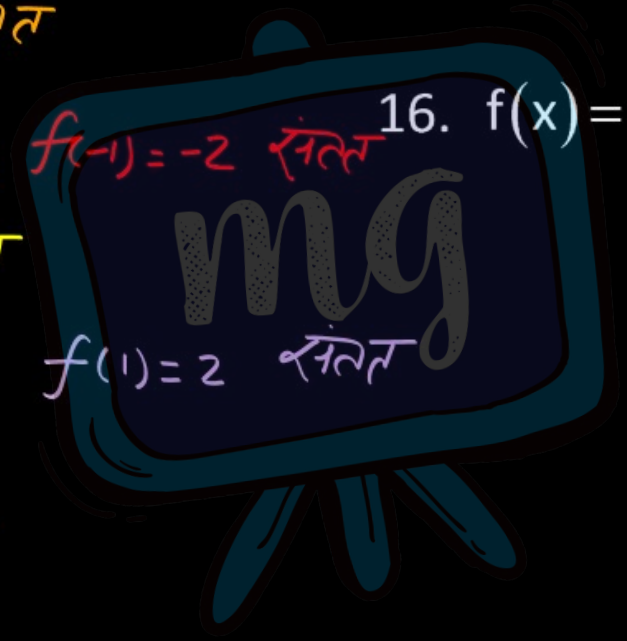
$x < -1 \Rightarrow -2$ संतत

$x = -1 \Rightarrow$ LHL $= -2$, RHL $= -2$, $f(-1) = -2$ संतत

$-1 > x > 1 \Rightarrow 2k$ संतत

$x = 1 \Rightarrow$ LHL $= 2$, RHL $= 2$, $f(1) = 2$ संतत

$x > 1 \Rightarrow 2$ संतत



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

17. a और b के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & \text{यदि } x \le 3 \\ bx+3, & \text{यदि } x > 3 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन x = 3 पर संतत है।

यदि $x = 3$ है :

LHL : $\lim_{h \to 0} f(3-h) = \lim_{h \to 0} [a(3-h)+1]$

$= \lim_{h \to 0} [3a - ah + 1]$

$= 3a + 1$

RHL : $\lim_{h \to 0} f(3+h) = \lim_{h \to 0} [b(3+h)+3] = \lim_{h \to 0} (3b + bh + 3)$

$= 3b + 3$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

तथा $f(3) = 3a+1$

यह फलन $x = 3$ पर संतत है।

अतः $LHL(\text{at } x=3) = RHL(\text{at } x=3) = f(3)$

$\Rightarrow 3a+1 = 3b+3 = 3^{a}+1$

$\Rightarrow 3a+1 = 3b+3$

$\Rightarrow 3a = 3b+3-1$

$\Rightarrow 3a = 3b+2$

$\Rightarrow a = \frac{3b+2}{3}$

$\Rightarrow \boxed{a = b+\frac{2}{3}}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

18. λ के किस मान के लिए

$$f(x)=\begin{cases}\lambda\left(x^2-2x\right), & \text{यदि } x\le 0\\ 4x+1, & \text{यदि } x>0\end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन $x = 0$ पर संतत है।

$x = 1$ पर इसके सांतत्य पर विचार कीजिए।

यदि $x = 0$ हो:

LHL: $\lim_{h\to 0} f(0-h) = \lim_{h\to 0} \lambda[(0-h)^2 - 2(0-h)]$

$= \lambda[0 - 2\times 0]$

$= \lambda(0)$

RHL: $\lim_{h\to 0} f(0+h) = \lim_{h\to 0} [4(0+h)+1] = \lim_{h\to 0} (0+4h+1) = 1$

$f(0) = \lambda(0^2 - 2\times 0) = \lambda(0)$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यह फलन $x = 0$ पर संतत है।

अत: $LHL(at\ x=0) = RHL(at\ x=0) = f(0)$

$\Rightarrow \quad t \times 0 = 1 = t \times 0$

$\Rightarrow \quad 0 = 1 = 0$ असम्भव है।

अत: t का कोई वास्तविक मान विद्यमान नहीं है।

यदि $x = 1$ हो :

$$f(x) = 4x + 1$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = 4 \times 1 + 1 = 5$$

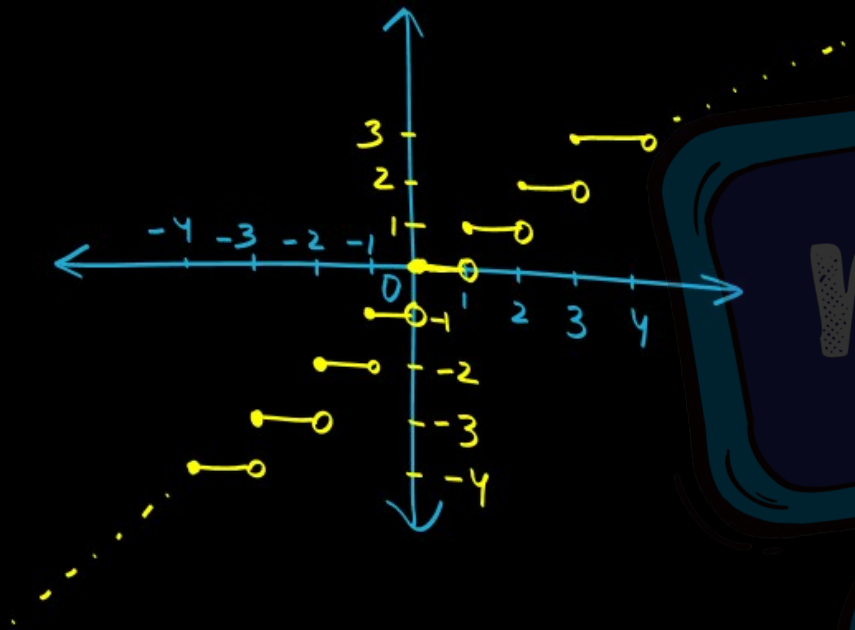
$$f(1) = 5$$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1



19. दर्शाइए कि $g(x) = x - [x]$ द्वारा परिभाषित फलन समस्त पूर्णांक बिंदुओं पर असंतत है। यहाँ $[x]$ उस महत्तम पूर्णांक निरूपित करता है, जो x के बराबर या x से कम है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

20. क्या $f(x) = x^2 - \sin x + 5$ द्वारा परिभाषित फलन $x = \pi$ पर संतत है?

$x = \pi$

LHL $\Rightarrow \pi^2 - 0 + 5 = \pi^2 + 5$

RHL $\Rightarrow \pi^2 - 0 + 5 = \pi^2 + 5$

$f(\pi) \Rightarrow \pi^2 - 0 + 5 = \pi^2 + 5$

संतत

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

यहाँ $g(x) = \sin x$

LHL : $\lim_{h \to 0} f(x-h) = \lim_{h \to 0} \sin(x-h)$

RHL : $\lim_{h \to 0} f(x+h) = \lim_{h \to 0} \sin(x+h)$

21. निम्नलिखित फलनों के सांतत्य पर विचार कीजिए:

(a) $f(x) = \sin x + \cos x$

$f(x) = g(x) + h(x)$