



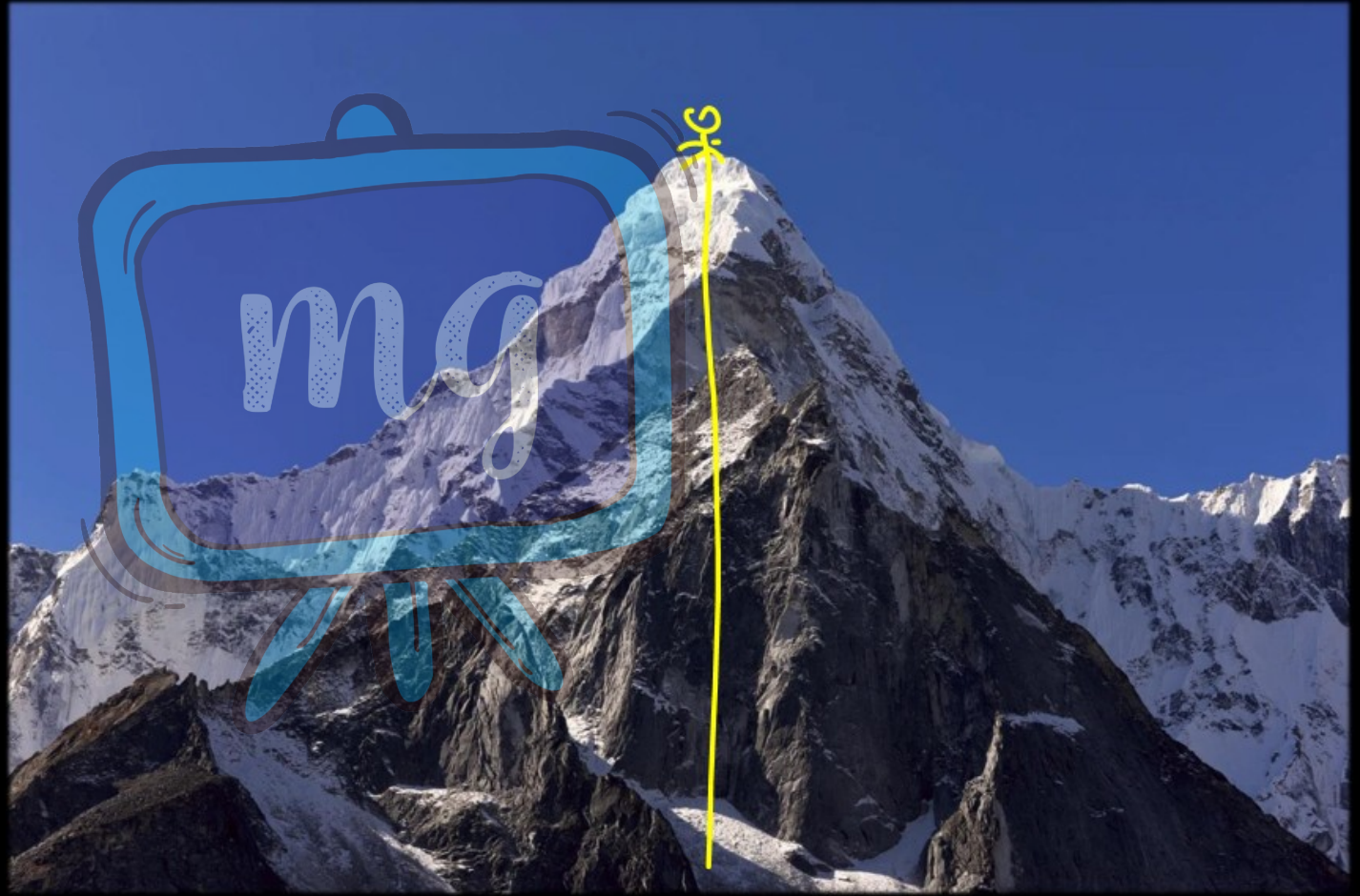
कक्षा-10 गणित | हिंदी माध्यम

ARJUN BATCH

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

अध्याय-9, भाग-1

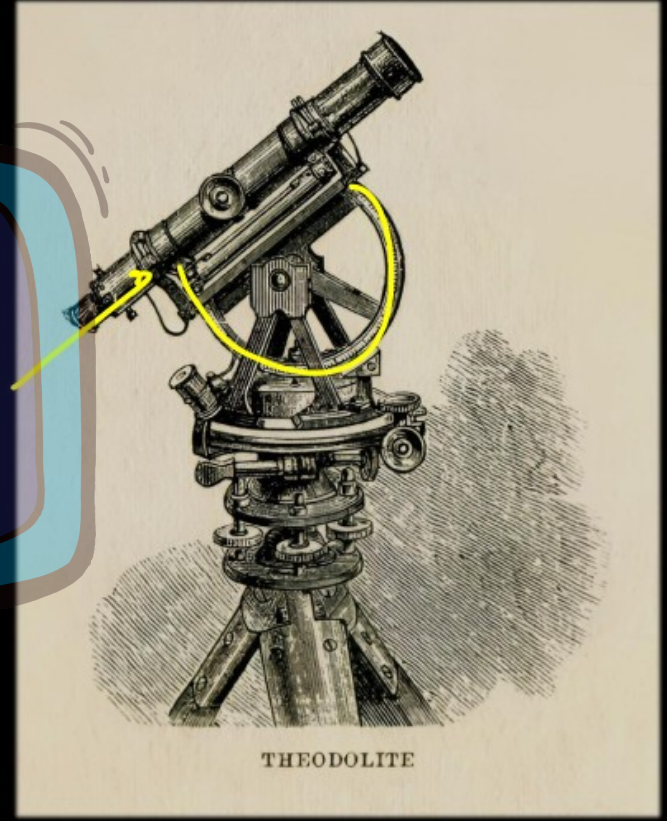




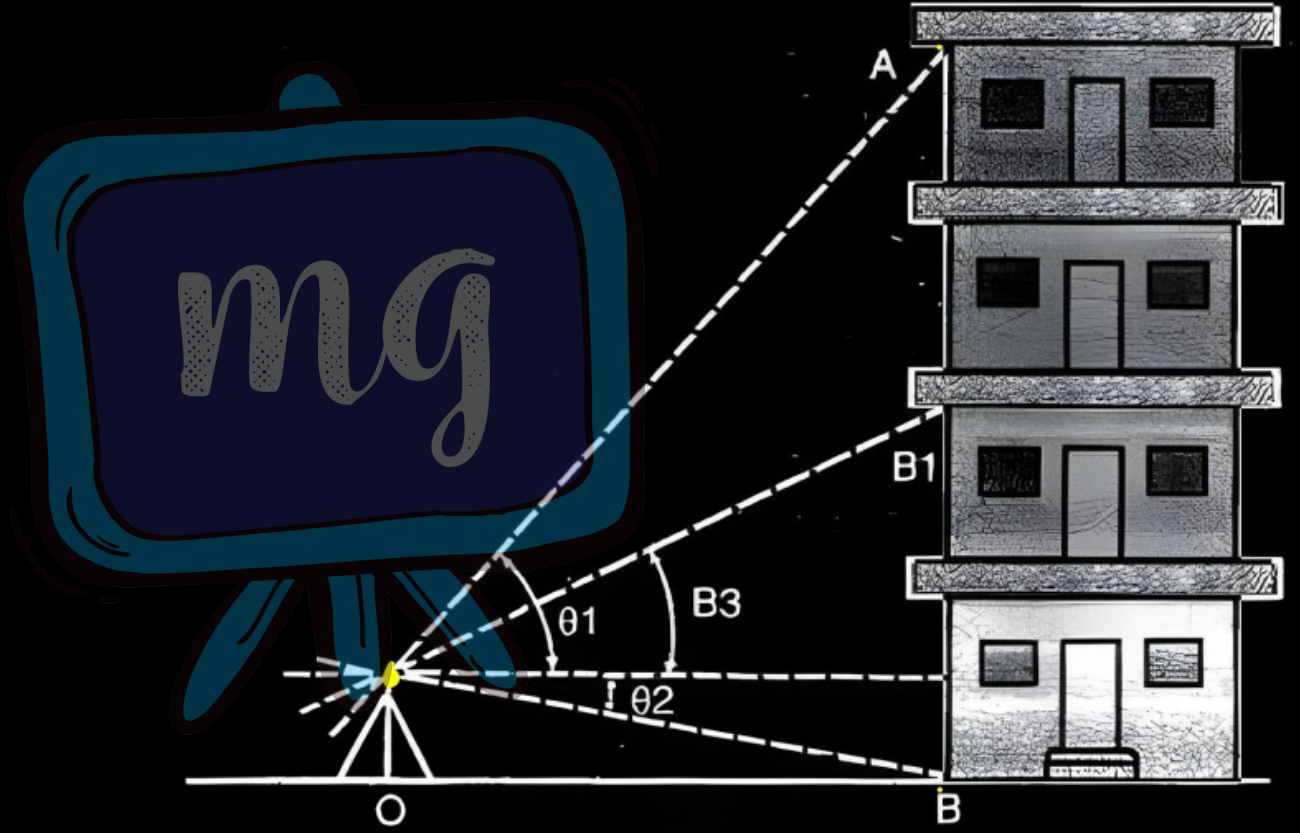
आज क्या पढ़ेंगे ?

1 त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

mg



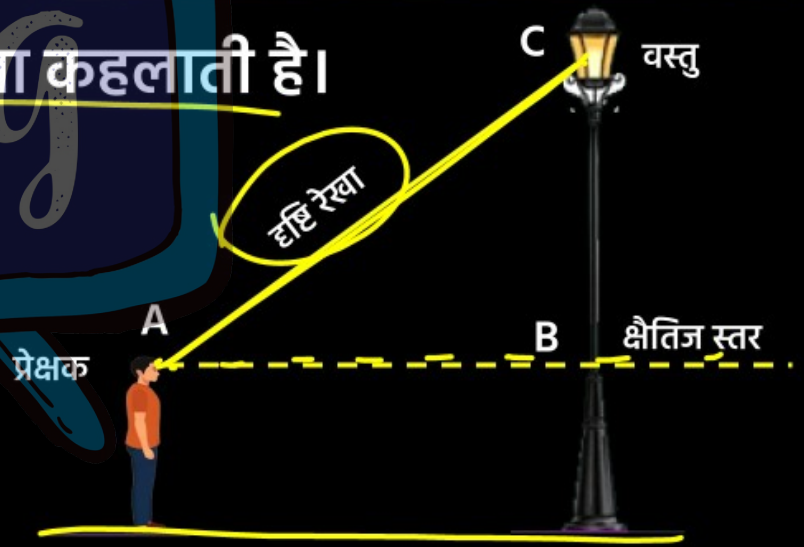
THEODOLITE



दृष्टि रेखा (Line of Sight)

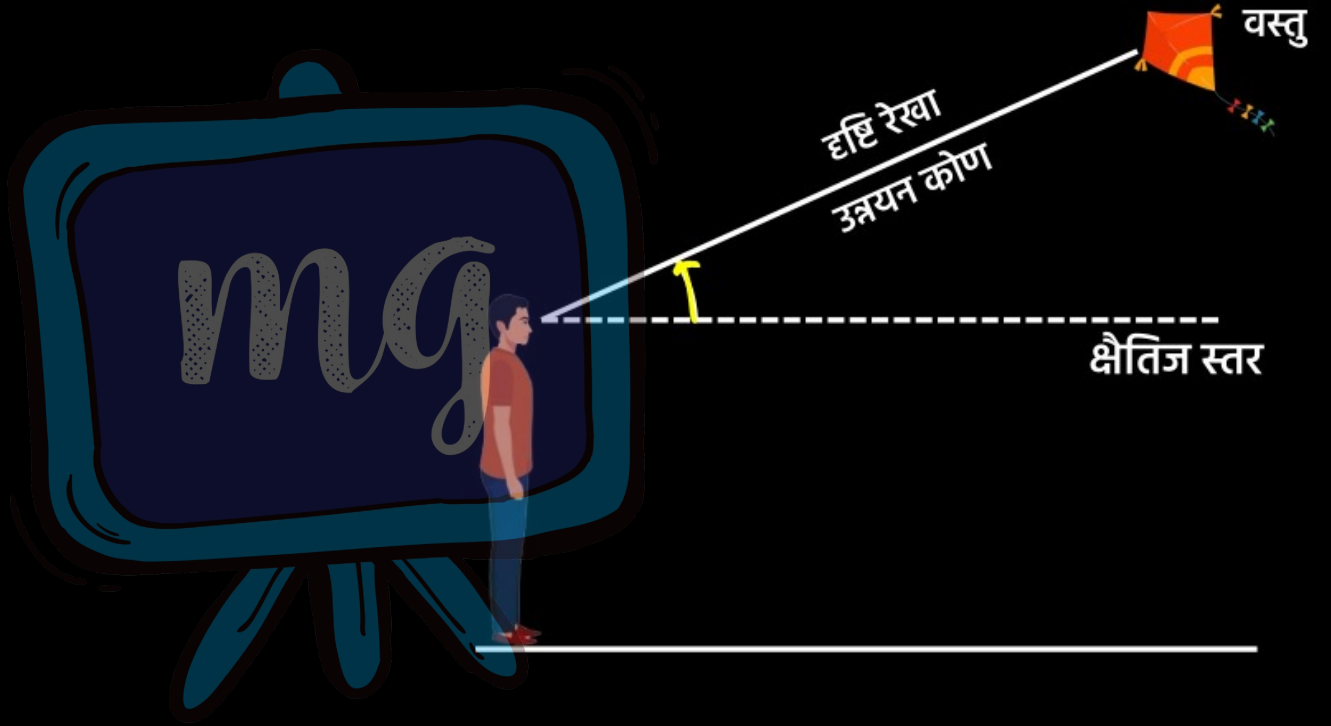


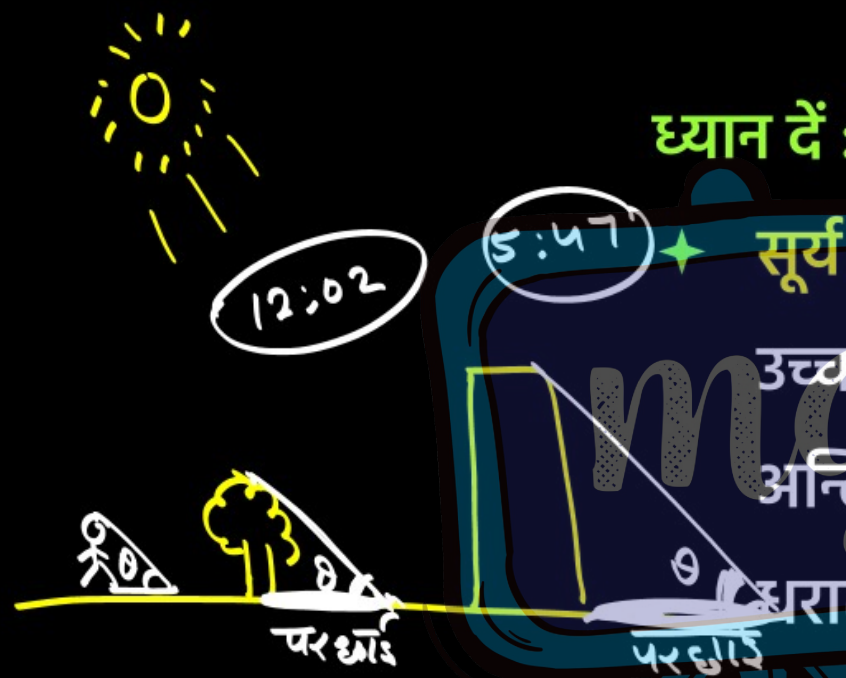
प्रेक्षक की आँख से वस्तु को मिलाने वाली रेखा,
दृष्टि रेखा कहलाती है।



उन्नयन कोण (Angle of Elevation)

यदि कोई वस्तु आँख से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा के ऊपर स्थित हो तो दृष्टि रेखा एवं क्षैतिज रेखा के मध्य बना कोण उन्नयन कोण या उन्नति कोण या उन्नताश कोण कहलाता है।



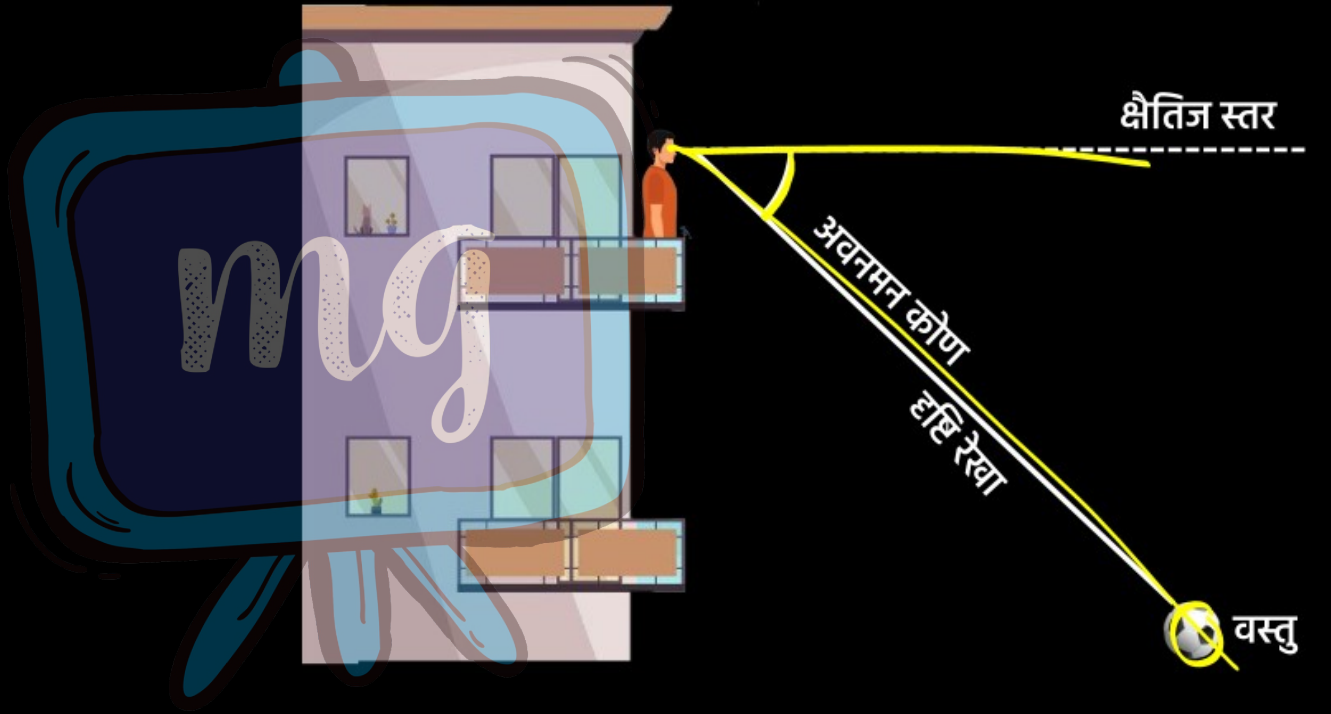


ध्यान दें :

- ★ **सूर्य का उन्नयन कोण** : किसी भी वस्तु के उच्चतम बिन्दु को उसके छाया (परछाई) के अन्तिम बिन्दु से मिलाने वाली रेखा तथा क्षैतिज के मध्य बनने वाला कोण सूर्य का उन्नयन कोण कहलाता है।
- ★ किसी विशिष्ट समय पर सभी वस्तुओं के लिए सूर्य का उन्नयन कोण समान होता है।

अवनमन कोण (Angle of Depression)

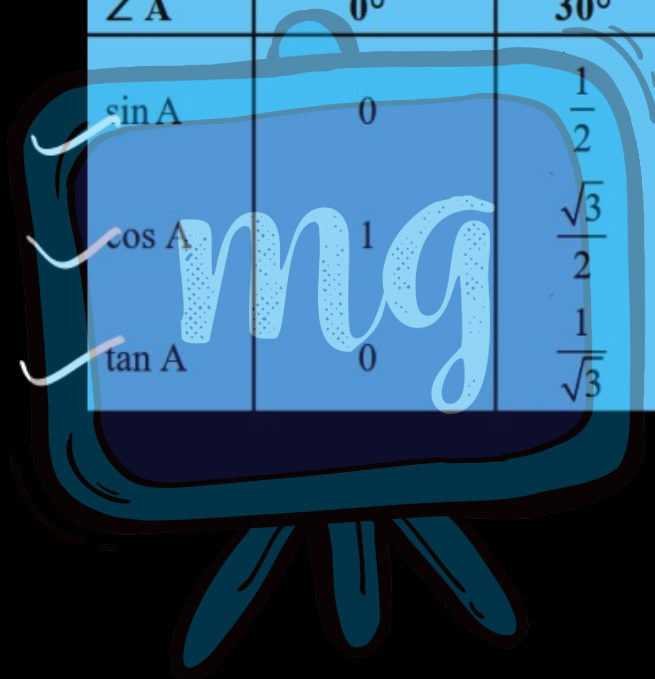
यदि कोई वस्तु आँख से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा के नीचे स्थित हो तो क्षैतिज रेखा एवं दृष्टि रेखा के मध्य बनने वाला कोण अवनमन कोण कहलाता है।

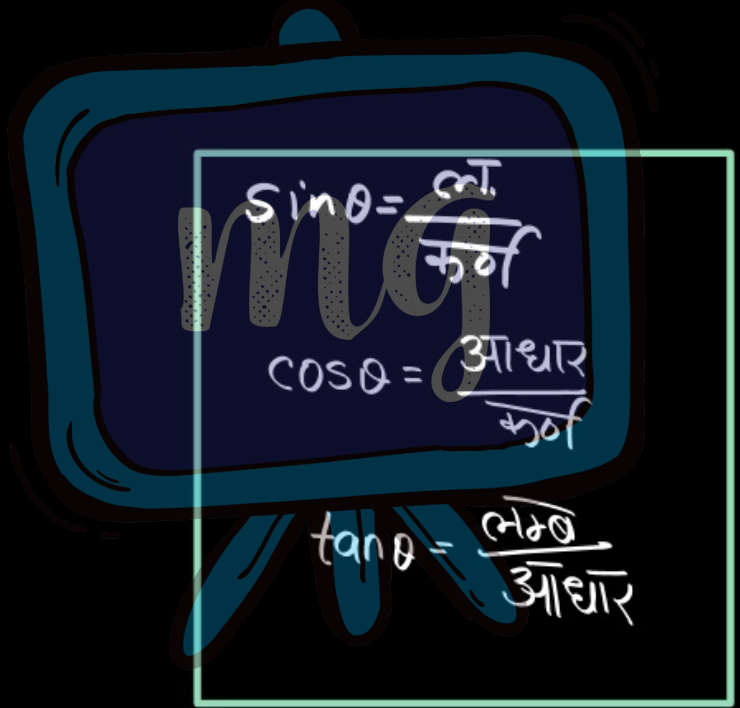


ध्यान दें :

- ★ जैसे-जैसे हम वस्तु के पास आते हैं, वैसे-वैसे उन्नयन कोण (अवनमन कोण), का मान बढ़ता जाता है।
- ★ उन्नयन और अवनमन कोण हमेशा न्यूनकोण होते हैं।

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
sin A	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos A	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan A	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित





$\sin \theta = \frac{\text{मं.}}{\text{कठं}}$

$\cos \theta = \frac{\text{आधर}}{\text{कठं}}$

$\tan \theta = \frac{\text{मं.}}{\text{आधर}}$

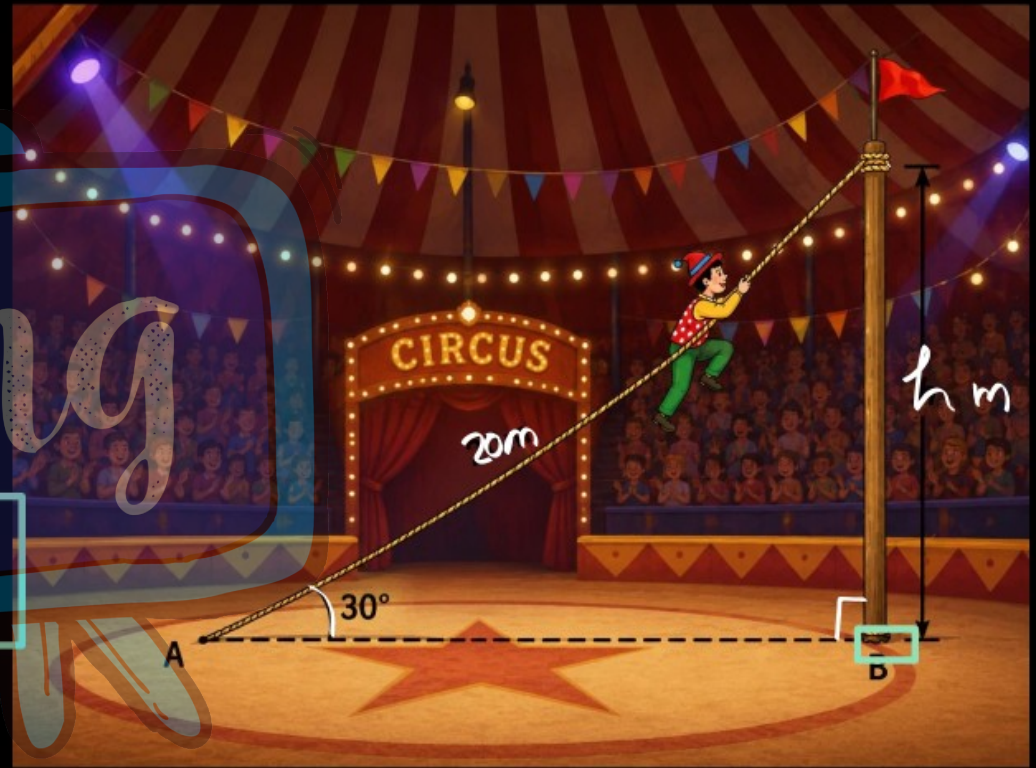
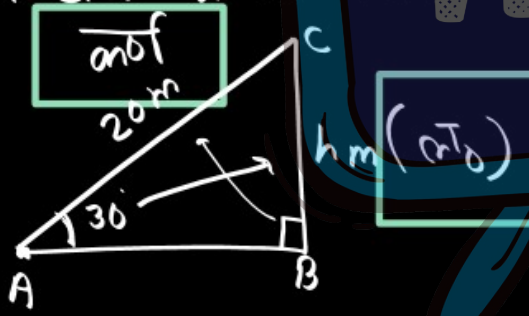


1. सर्कस का एक कलाकार एक 20m लंबी डोर पर चढ़ रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है और भूमि पर सीधे लगे खंभे के शिखर से बंधा हुआ है। यदि भूमि स्तर के साथ डोर द्वारा बनाया गया कोण 30° का हो तो खंभे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति)।

हल:-

रस्सी की लम्बाई = 20m

माना खम्भे की लंबाई = h m



$$\sin A = \frac{\text{लम्बाई}}{\text{कर्ण}}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

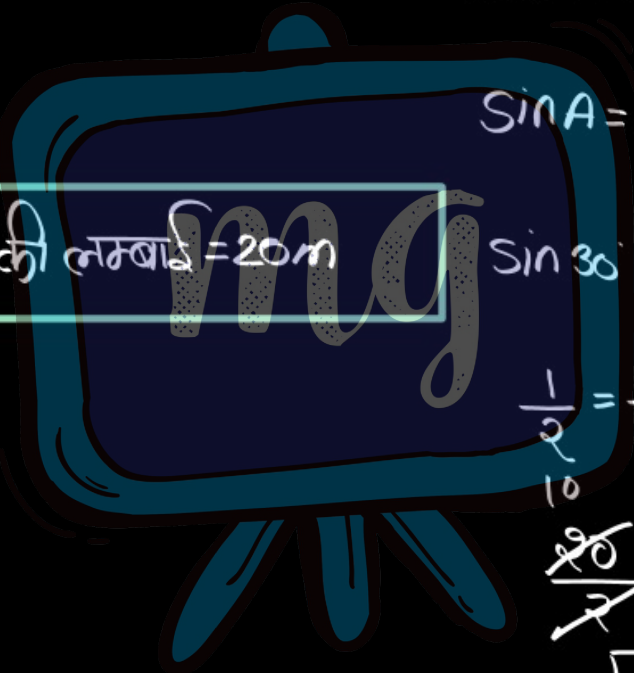
$$\sin 30 = \frac{h}{20}$$

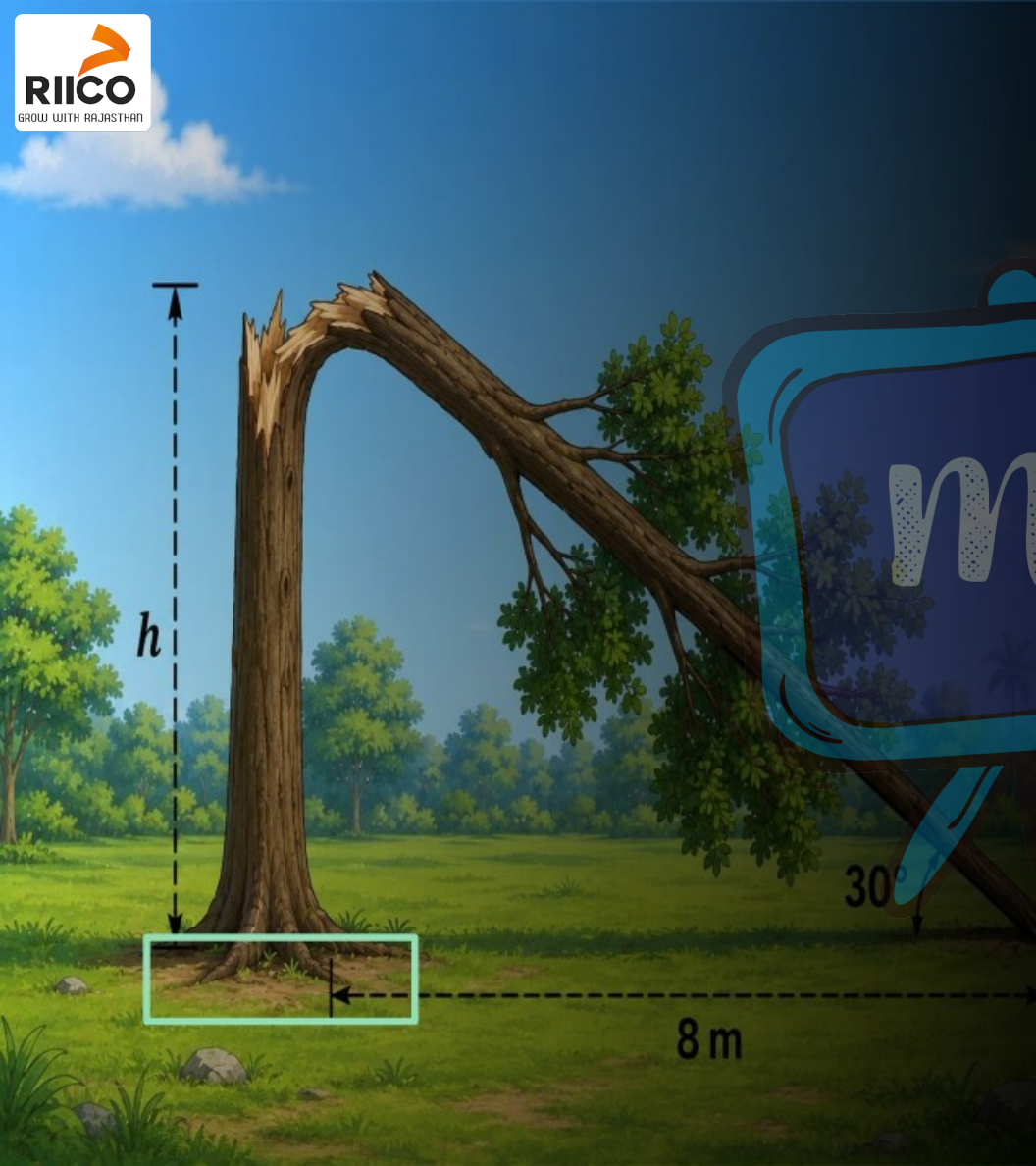
$$\frac{1}{2} = \frac{h}{20}$$

$$\frac{20}{2} = h$$

$$h = 10\text{m}$$

आतः
खण्ड की लम्बाई = 20m





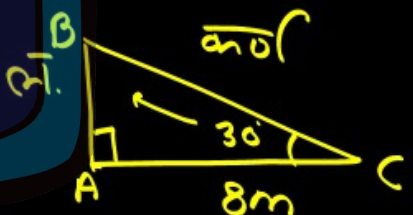
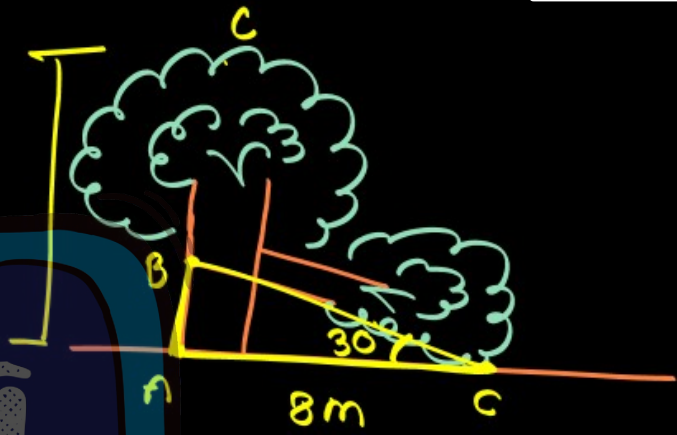
2. आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और इसके साथ 30° का कोण बनाता है। पेड़ के पाद-बिंदु की दूरी, जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है, 8m है पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

$$\tan C = \frac{\text{लंब}}{\text{आधार}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{8}$$

$$\frac{8}{\sqrt{3}} = AB \text{ --- (i)}$$



पेड़ की ऊँचाई = AB + BC
 पेड़ के पादबिन्दु से शिखर तक
 की दूरी (AC) = 8m

$$\text{पैड़ की ऊँचाई} = AB + BC$$

$$= \frac{8}{\sqrt{3}} + \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{8+16}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{24}{\sqrt{3}}$$

परिमेय करवा करने पर

$$= \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\cancel{24} \sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{3}}} = 8\sqrt{3}$$

$$\cos C = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$


$$\cos 30^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{BC}$$

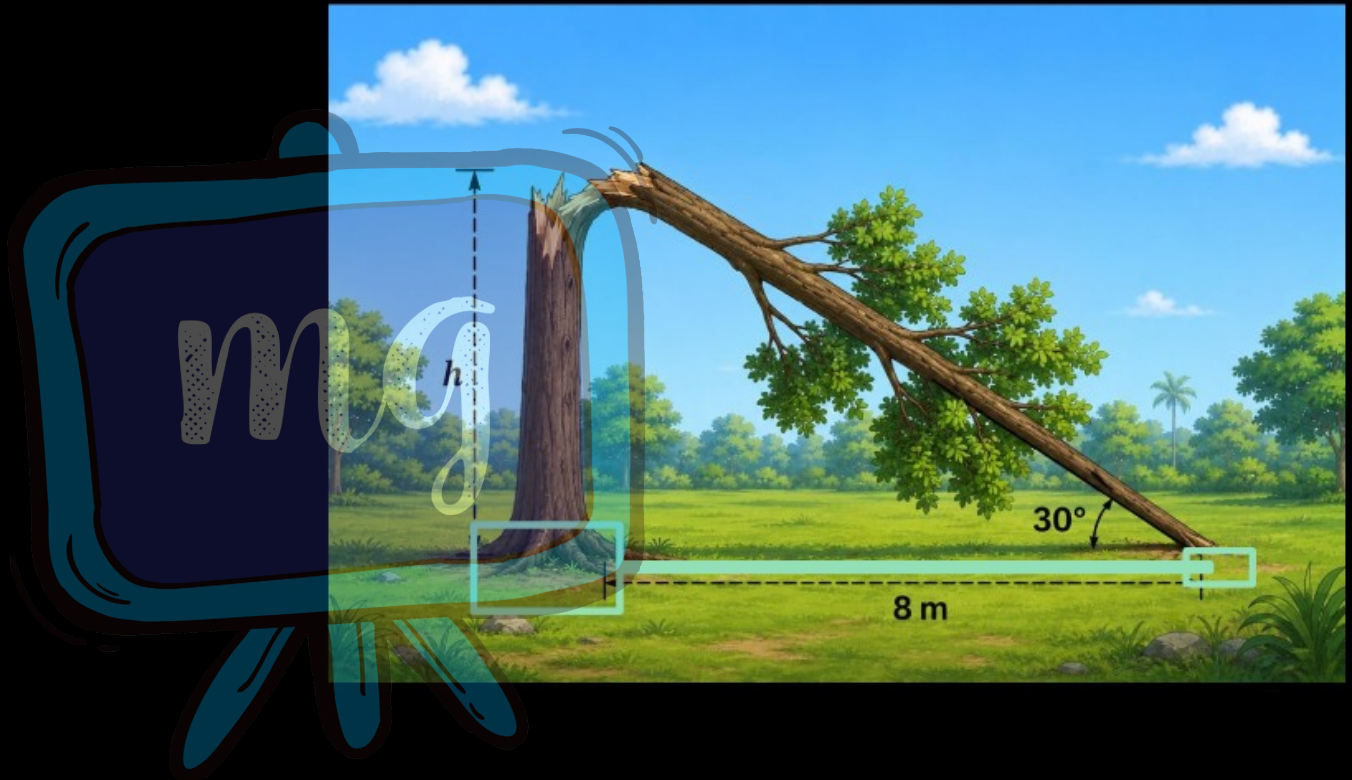
$$BC \sqrt{3} = 16$$

$$BC = \frac{16}{\sqrt{3}} \quad \text{---(ii)}$$

$$\left\{ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$$



उत्तर :
mg पेड की ऊँचाई = 8.53m





3. एक ठेकेदार बच्चों को खेलने के लिए एक पार्क में दो फिसलनपट्टी लगाना चाहती है। 5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए वह एक ऐसी फिसलनपट्टी लगाना चाहती है जिसका शिखर 1.5 m की ऊँचाई पर हो और भूमि के साथ 30° के कोण पर झुका हुआ हो, जबकि इससे अधिक उम्र के बच्चों के लिए वह 3m की ऊँचाई पर एक अधिक ढाल की फिसलनपट्टी लगाना चाहती है,



$$\sin C = \frac{\text{लम्बाई}}{\text{कर्ण}}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1.5}{BC}$$

$$BC = 1.5 \times 2$$

$$BC = 3$$

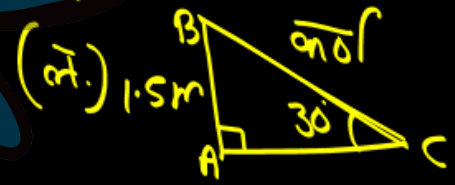
फिसलनपट्टी की ल. = 3m

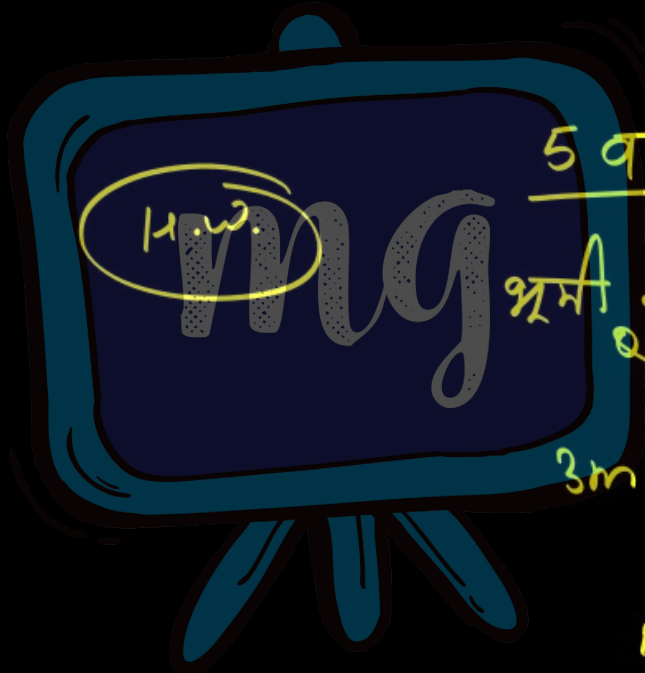
जो भूमि के साथ 60° का कोण बनाती हो।
प्रत्येक स्थिति में फिसलनपट्टी की लंबाई क्या
होनी चाहिए?

हल:-

5 वर्ष से छोटे बच्चों के लिए

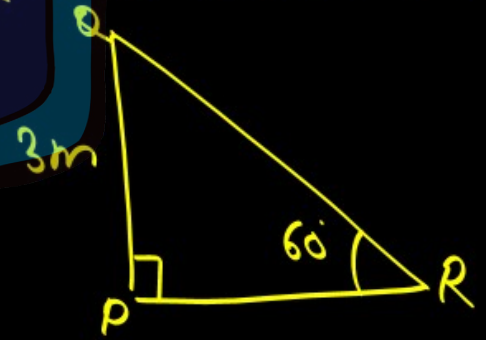
भूमि से ऊँचाई = 1.5m

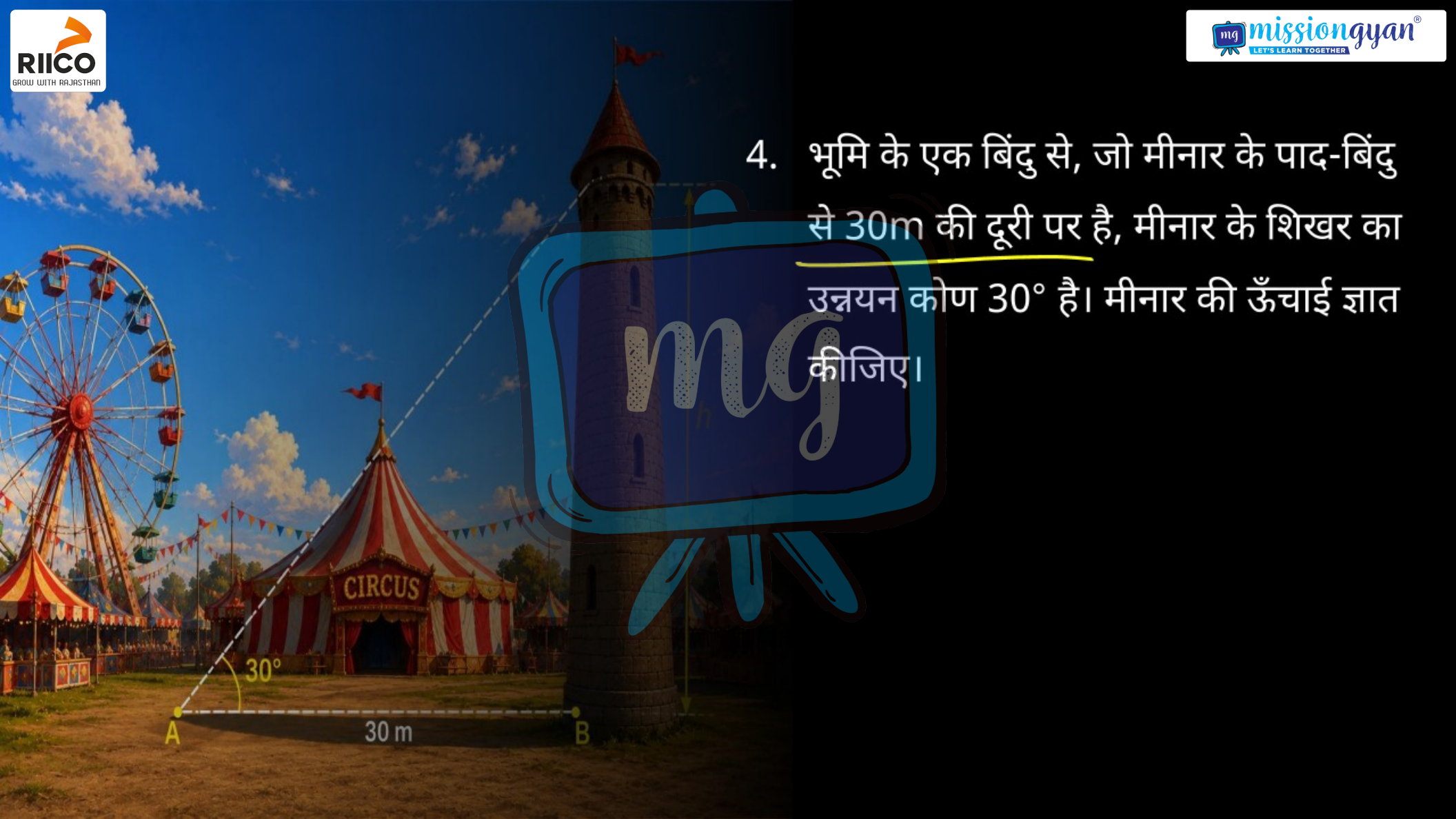




5 वर्ष से बड़े लकड़

श्रमी से ऊँचाई = 3m

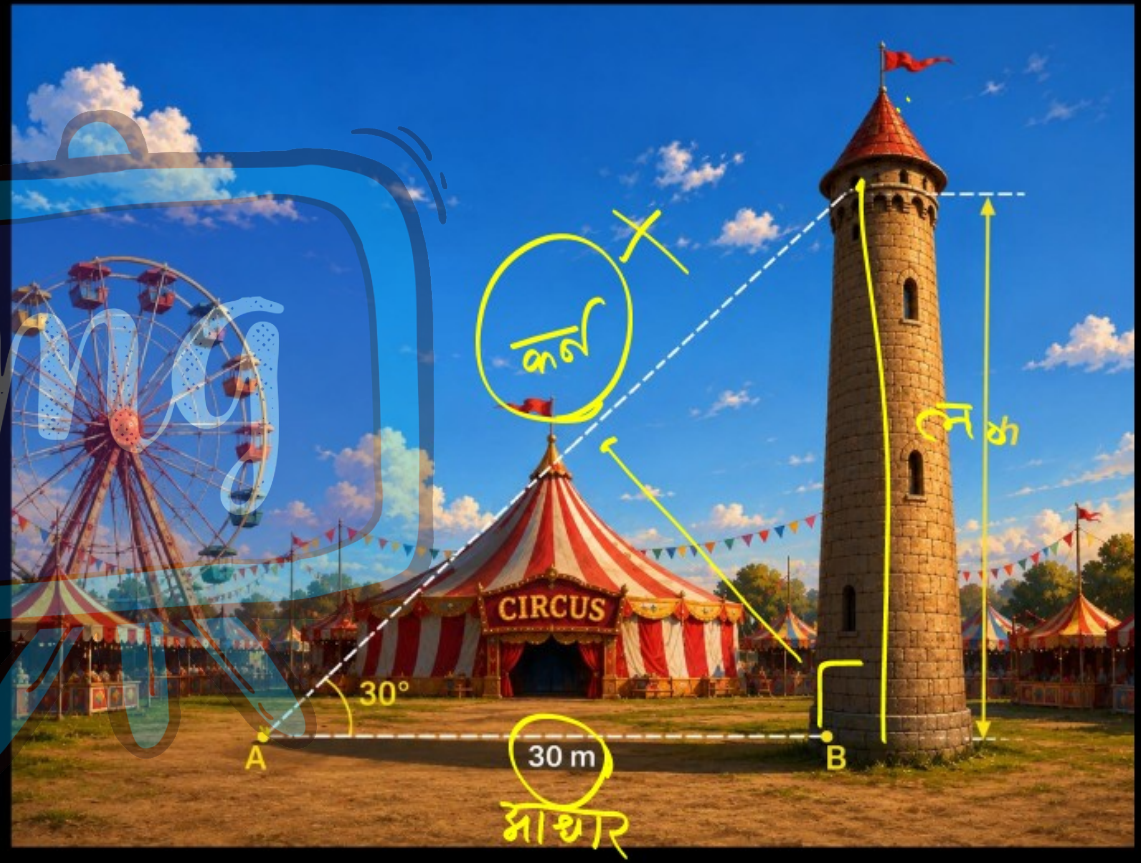


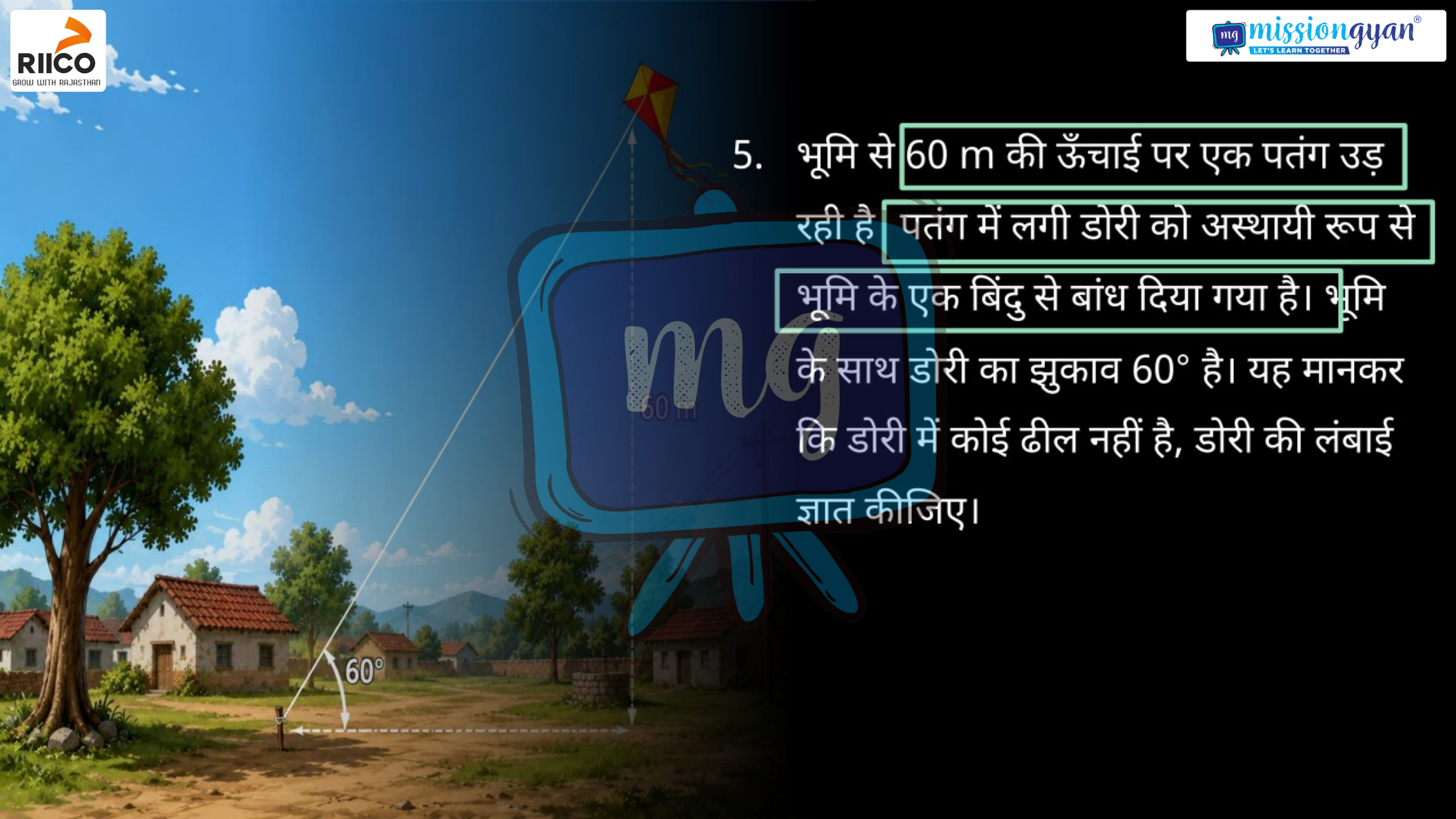


4. भूमि के एक बिंदु से, जो मीनार के पाद-बिंदु से 30m की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

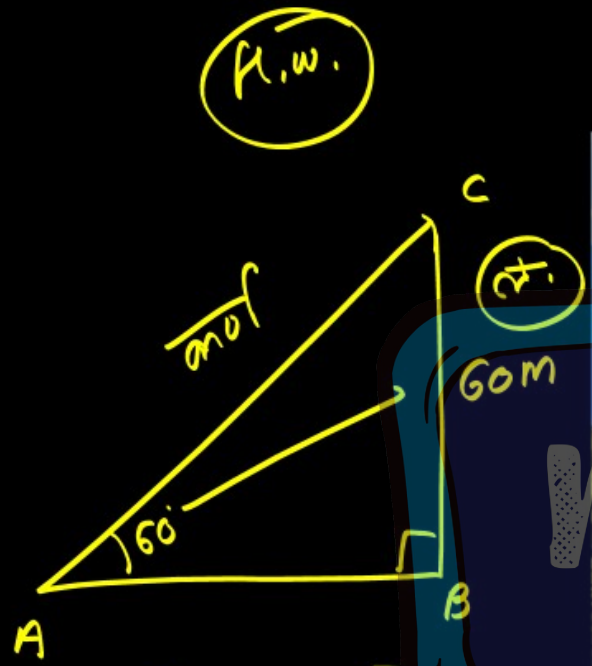
H.w.

$$\tan A = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$$

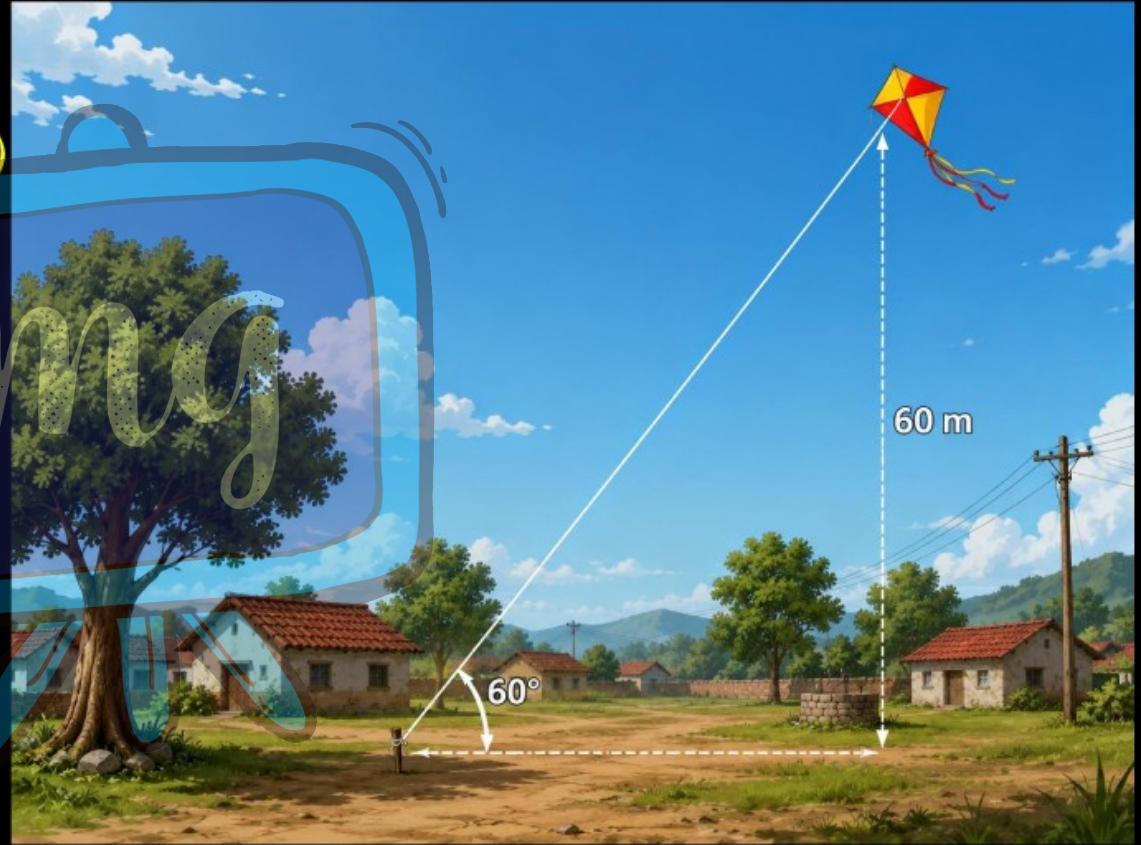


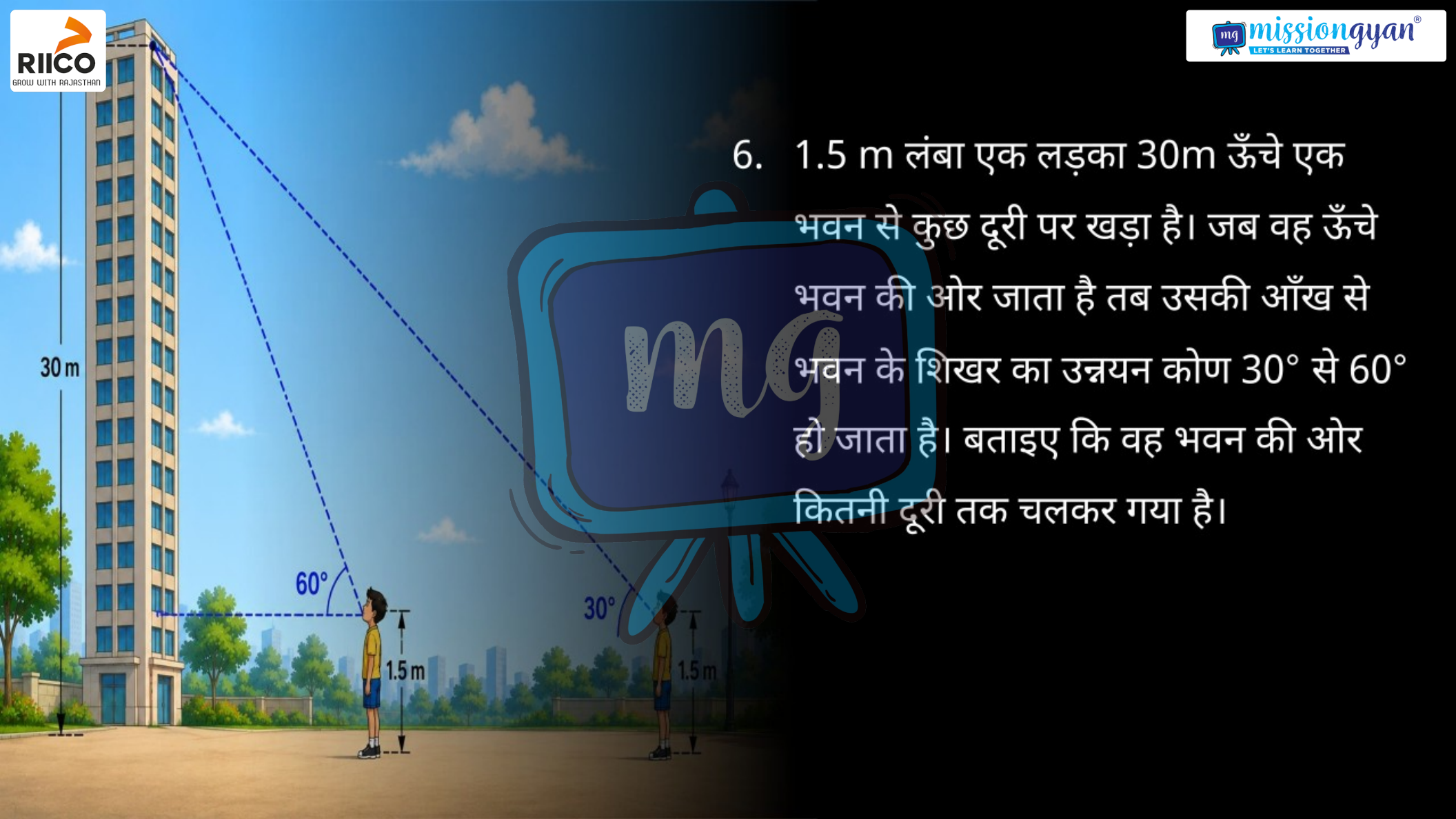


5. भूमि से 60 m की ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है। पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिंदु से बांध दिया गया है। भूमि के साथ डोरी का झुकाव 60° है। यह मानकर कि डोरी में कोई ढील नहीं है, डोरी की लंबाई ज्ञात कीजिए।

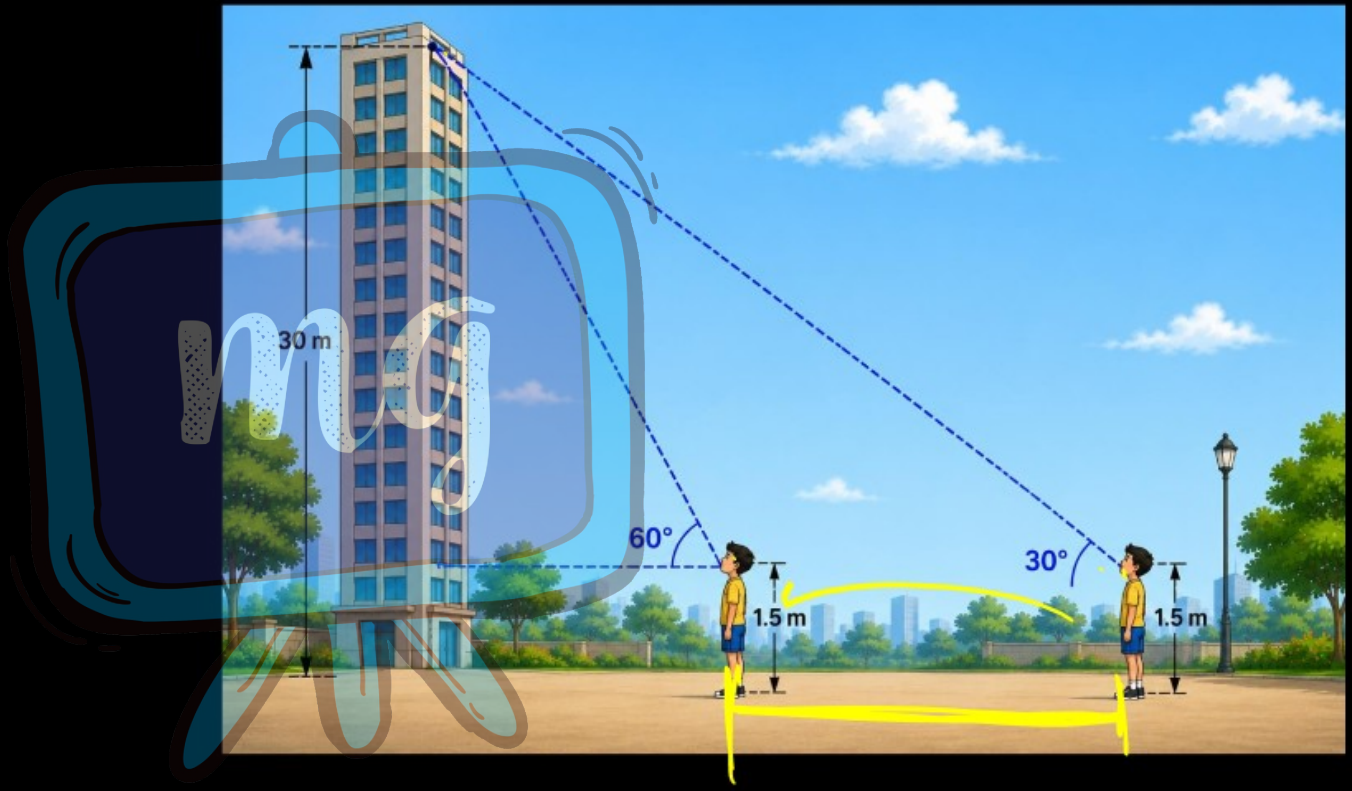


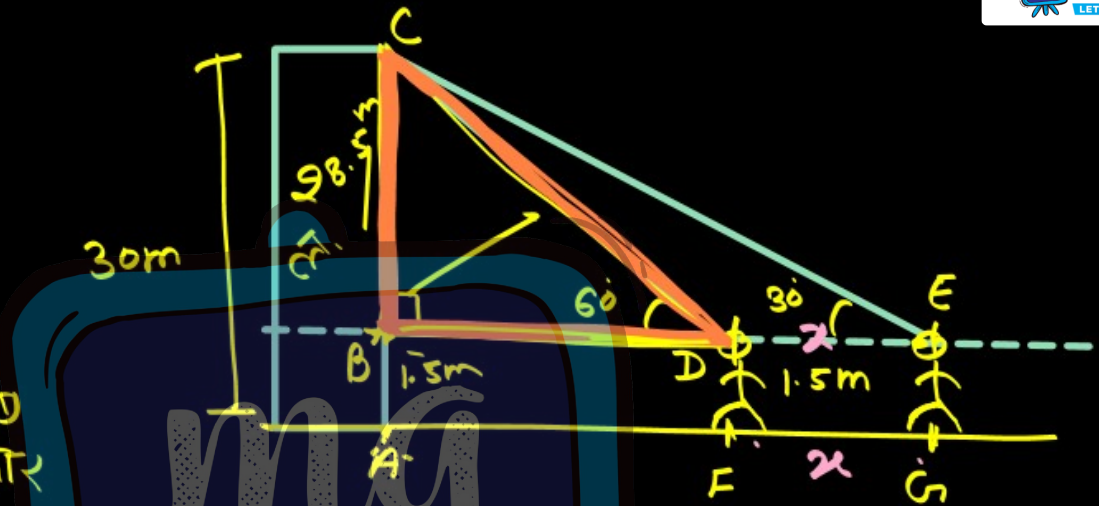
$$\sin A = \frac{\text{op}}{\text{hyp}}$$
$$\sin 60^\circ = \frac{BC}{AC}$$





6. 1.5 m लंबा एक लड़का 30m ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा है। जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° से 60° हो जाता है। बताइए कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है।





ΔBCD में

$\tan D = \frac{\text{लम्बाई}}{\text{आधार}}$

$\tan 60^\circ = \frac{BC}{BD}$

$\sqrt{3} = \frac{28.5}{BD}$

$BD = \frac{28.5}{\sqrt{3}} \text{ --- (i)}$

श्रवण की ऊँचाई (AC) = 30m

लड़के की लम्बाई = 1.5m

$BC = 30 - 1.5$

$BC = 28.5m$

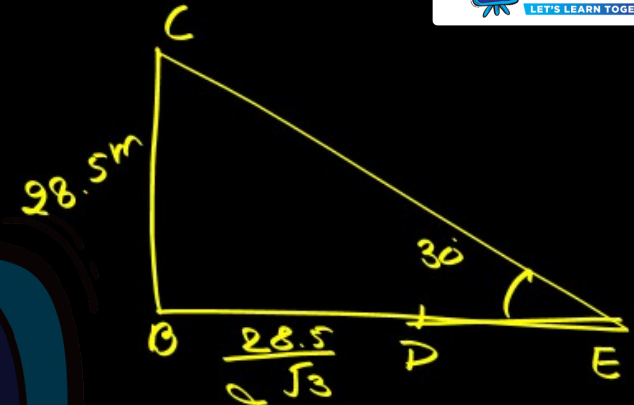
माना लड़का x मी. चलकर श्रवण की ओर गया

$$BE = BD + DE$$

$$28.5\sqrt{3} = \frac{28.5}{\sqrt{3}} + DE$$

$$28.5\sqrt{3} - \frac{28.5}{\sqrt{3}} = DE$$

$$28.5\sqrt{3} - \frac{28.5\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = DE$$



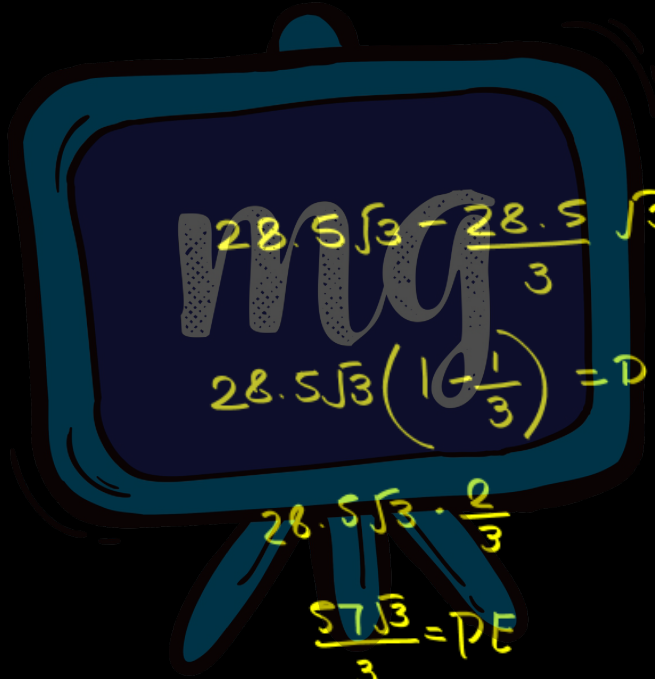
ΔBCE

$$\tan E = \frac{BC}{BE}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{BE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{BE}$$

$$BE = 28.5\sqrt{3}$$

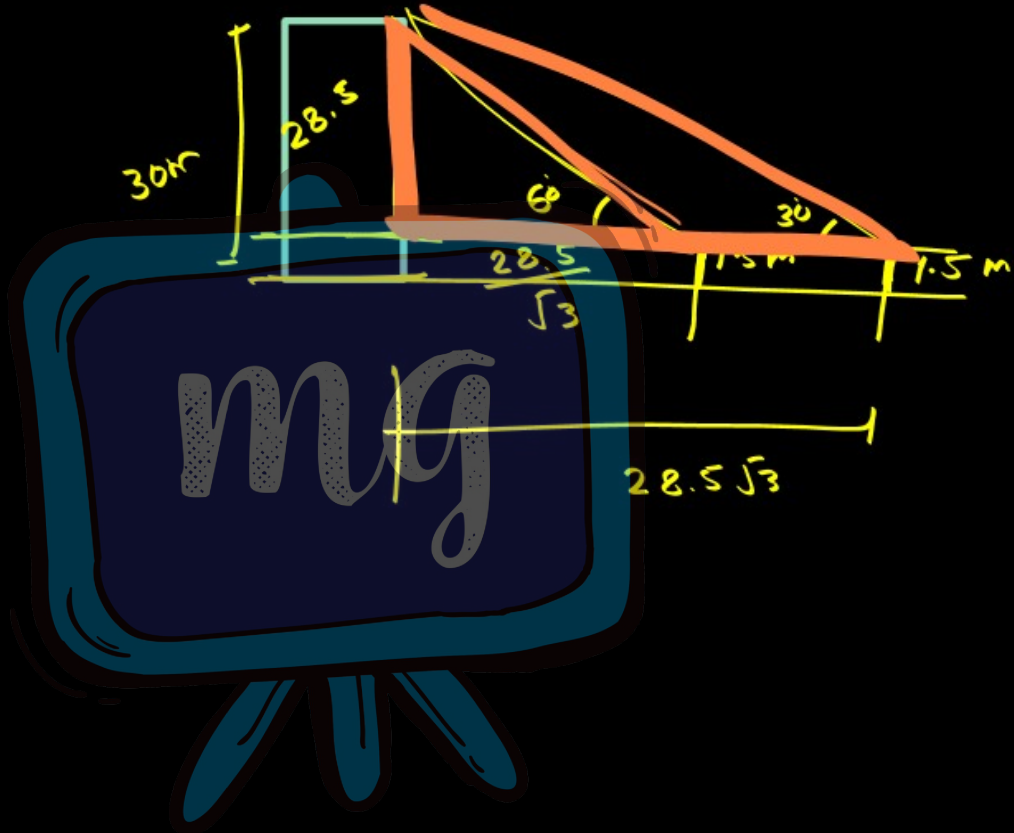


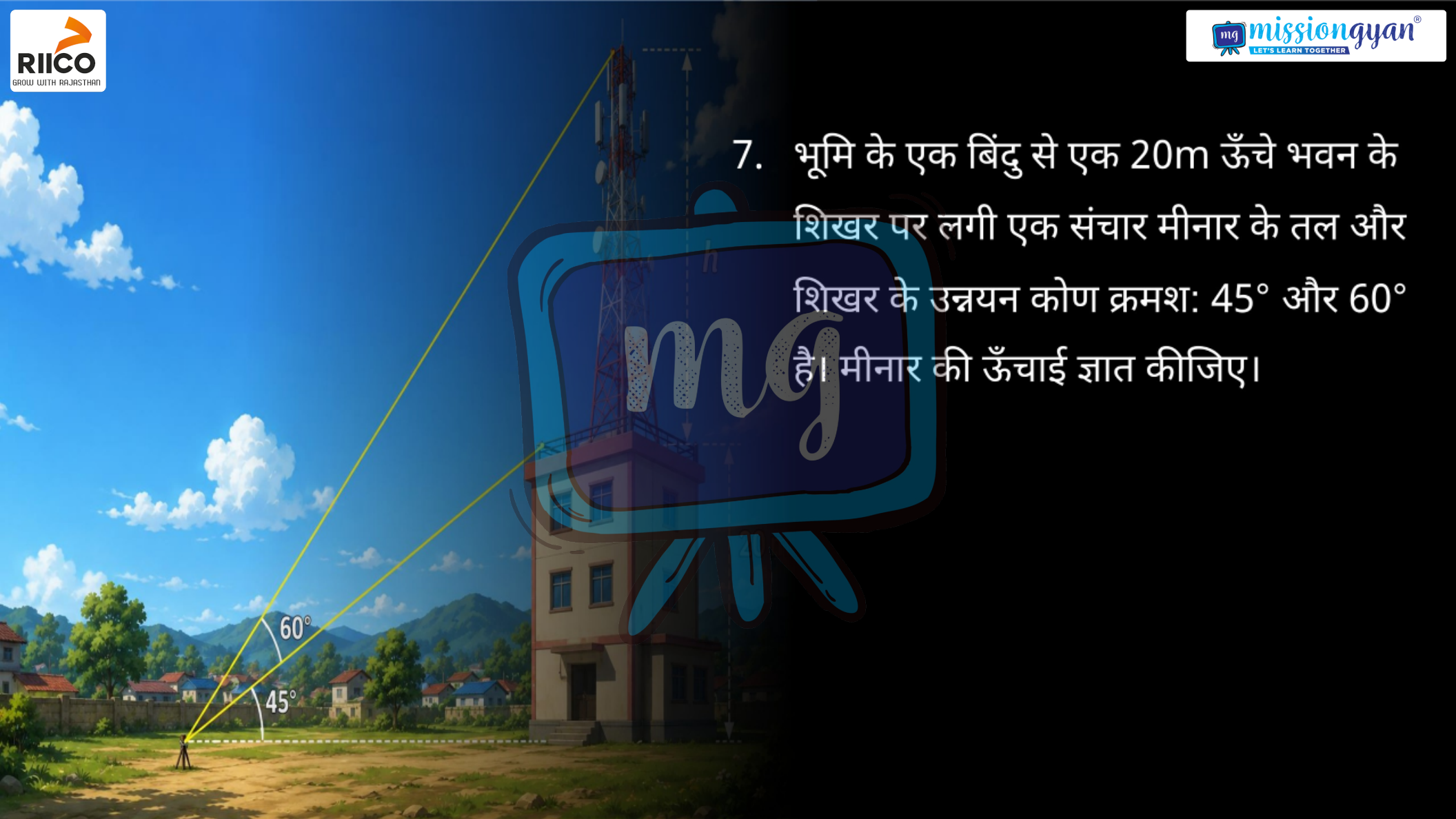
$$28.5\sqrt{3} - \frac{28.5}{3}\sqrt{3} = DE$$

$$28.5\sqrt{3}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = DE$$

$$28.5\sqrt{3} \cdot \frac{2}{3}$$

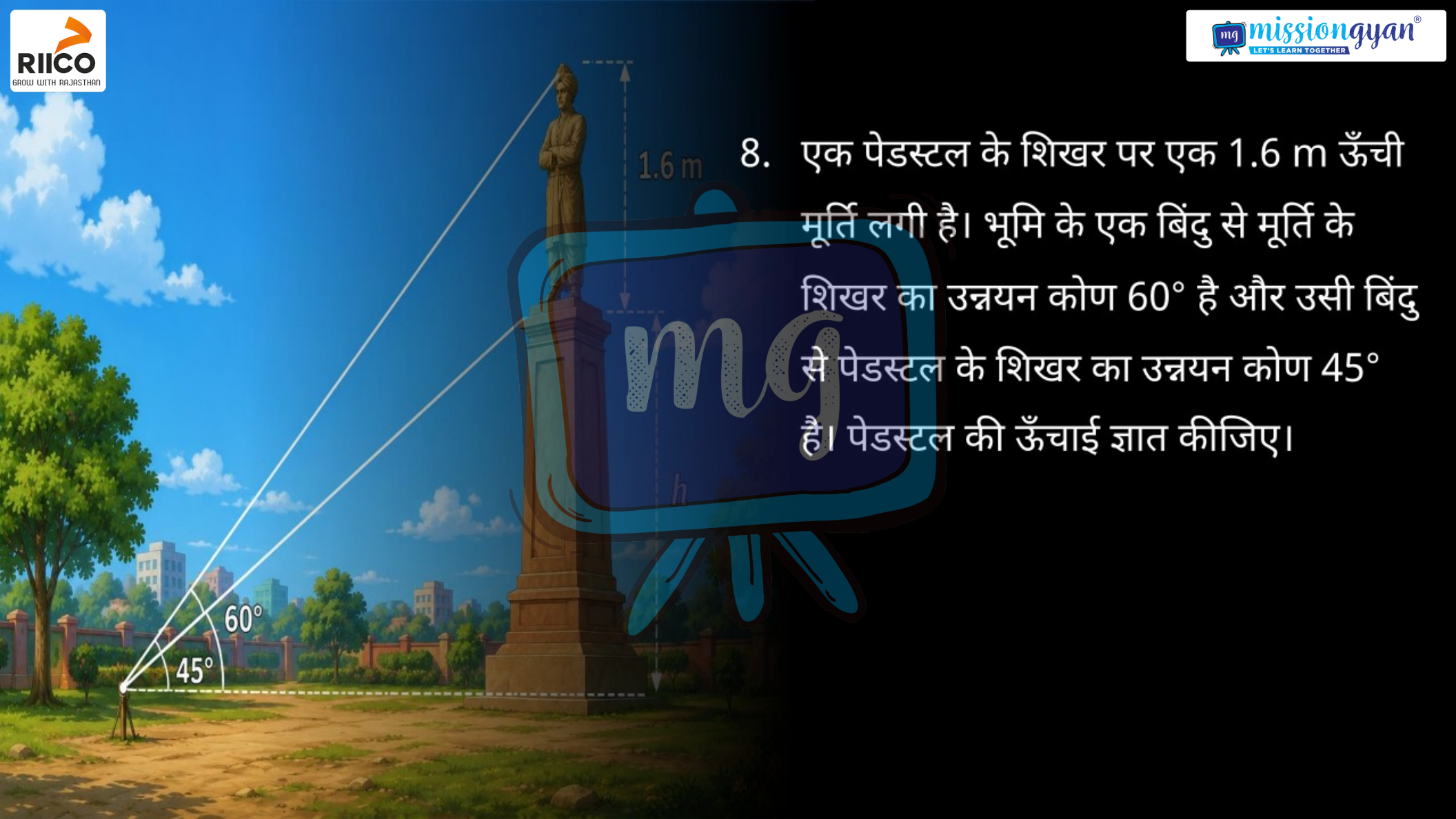
$$\frac{57\sqrt{3}}{3} = DE$$





7. भूमि के एक बिंदु से एक 20m ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।



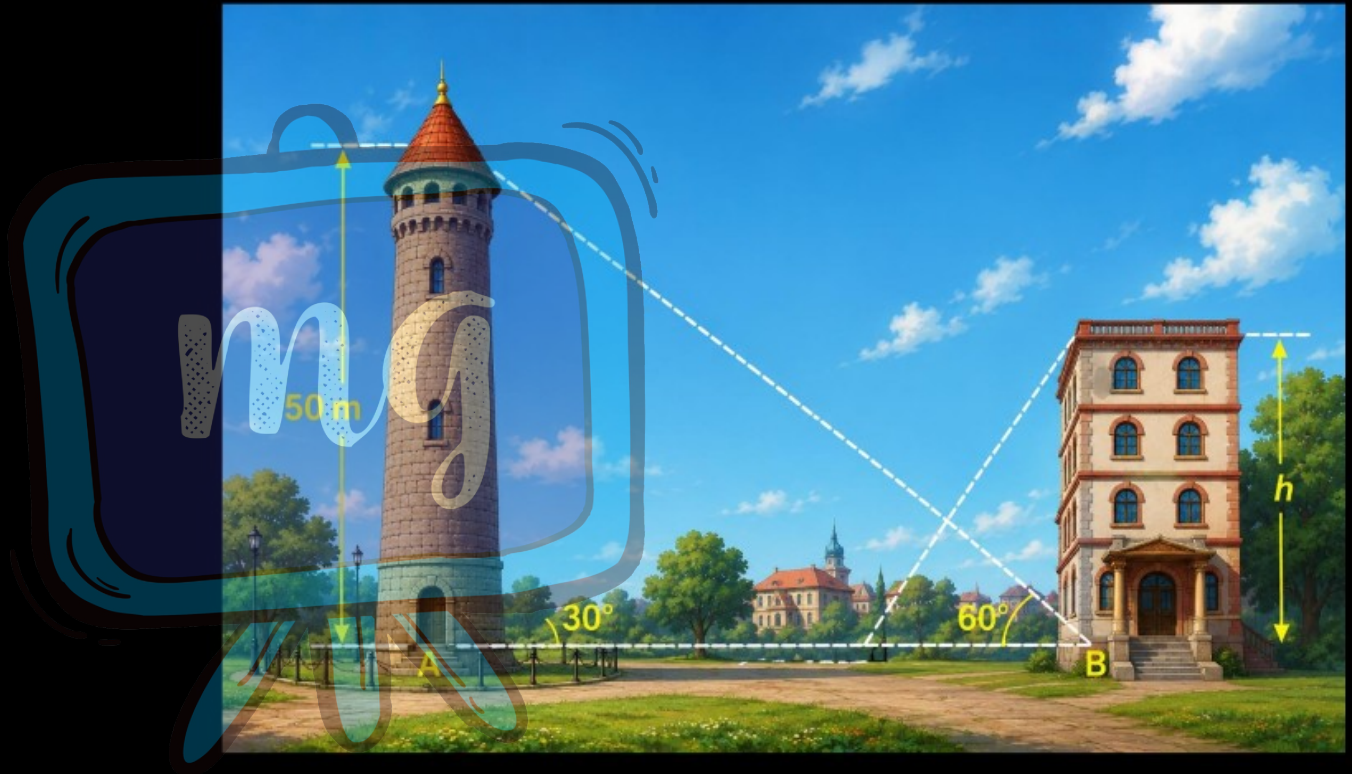


8. एक पेडस्टल के शिखर पर एक 1.6 m ऊँची मूर्ति लगी है। भूमि के एक बिंदु से मूर्ति के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिंदु से पेडस्टल के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। पेडस्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।





9. एक मीनार के पाद-बिंदु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद-बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50m ऊँची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।



10. एक 80 m चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान लंबाई वाले दो खंभे लगे हुए हैं। इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिंदु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 30° है। खंभों की ऊँचाई और खंभों से बिंदु की दूरी ज्ञात कीजिए।



80 m



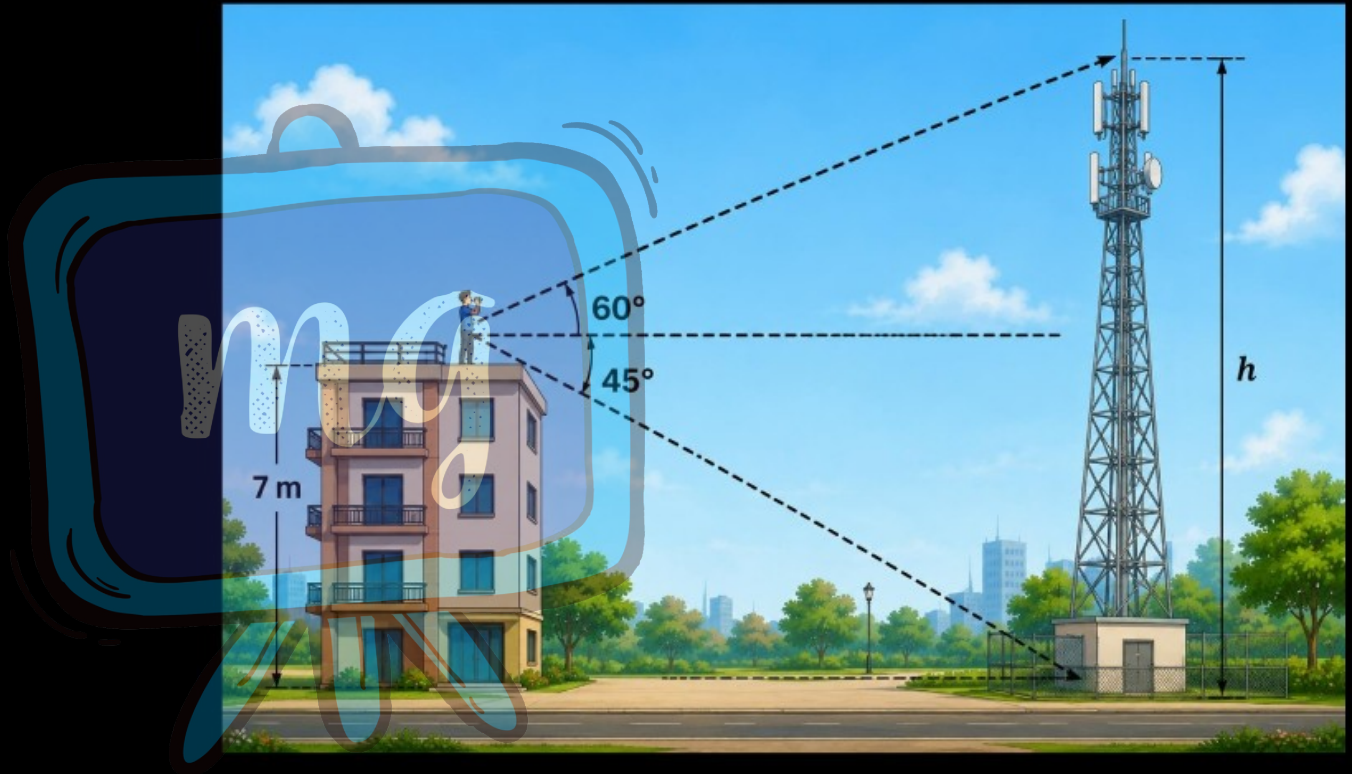


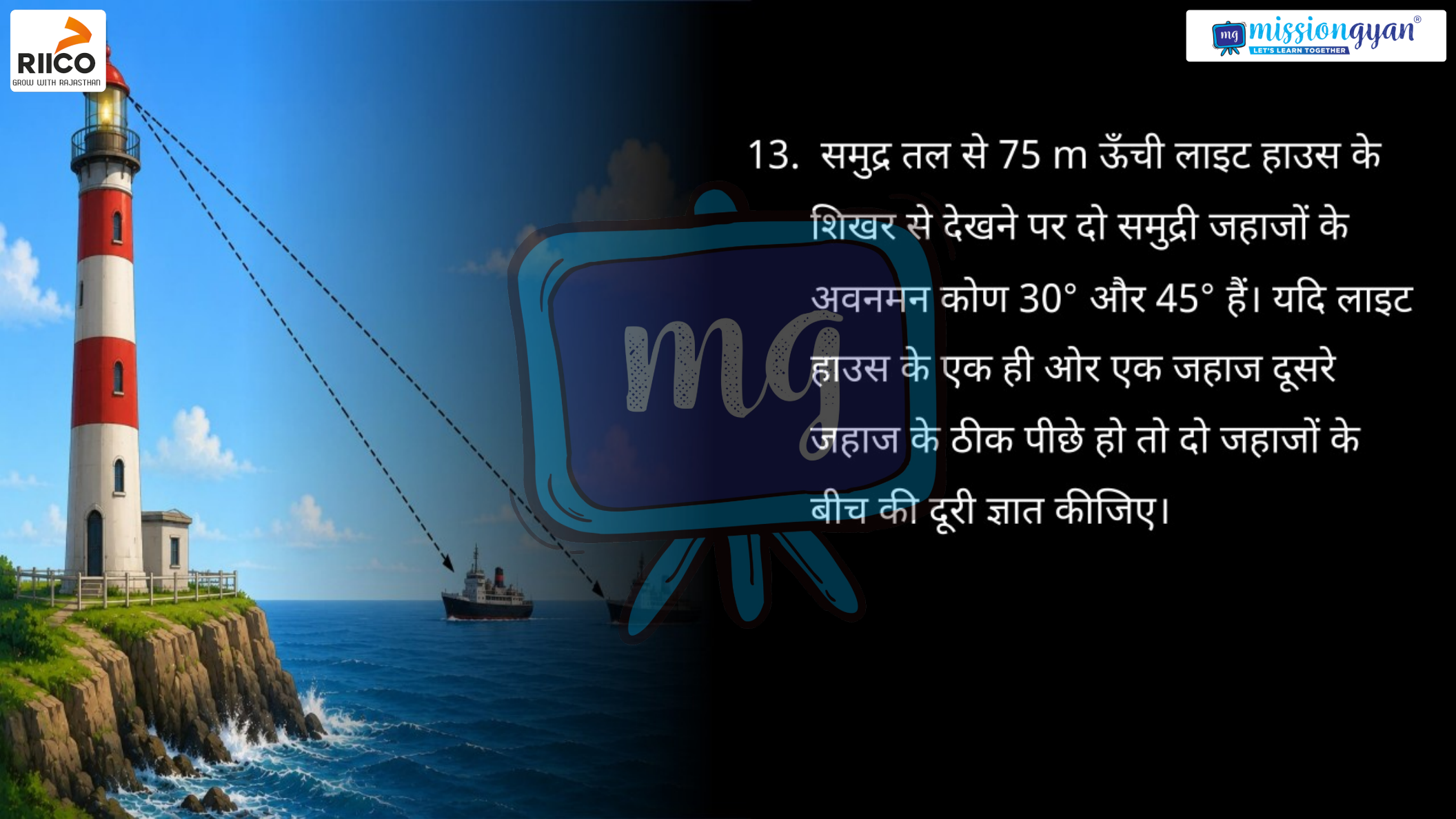
11. एक नहर के एक तट पर एक टीवी टॉवर ऊर्ध्वाधरतः खड़ा है। टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक अन्य बिंदु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। इसी तट पर इस बिंदु से 20m दूर और इस बिंदु को मीनार के पाद से मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक अन्य बिंदु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। (देखिए आकृति)। टॉवर की ऊँचाई और नहर की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।





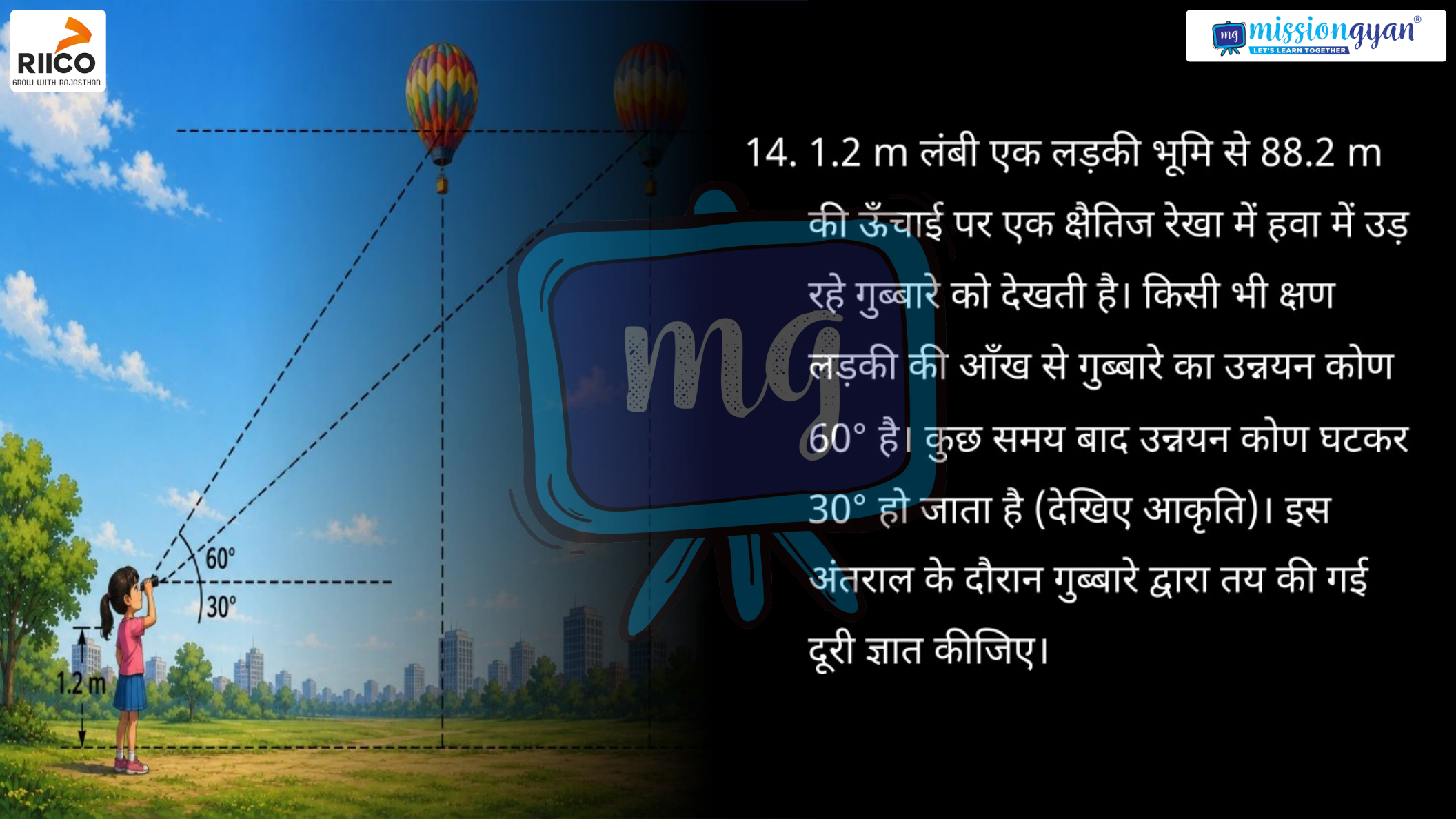
12. 7 m उँचे भवन के शिखर से एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की उँचाई ज्ञात कीजिए।





13. समुद्र तल से 75 m ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।





14. 1.2 m लंबी एक लड़की भूमि से 88.2 m की ऊँचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी भी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण 60° है। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर 30° हो जाता है (देखिए आकृति)। इस अंतराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।





15. एक सीधा राजमार्ग एक मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को 30° के अवनमन कोण पर देखता है जो कि मीनार के पाद की ओर एक समान चाल से जाता है। छः सेकेंड बाद कार का अवनमन कोण 60° हो गया। इस बिंदु से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।

