RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

12th MATHS

ARJUN BATCH

FUNCTIONS

प्रश्नावली 1.2

अध्याय-01 | भाग-14

18 अगस्त 2026 || 04:00 PM



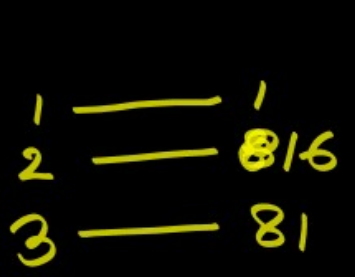
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आज क्या पढेंगे ?

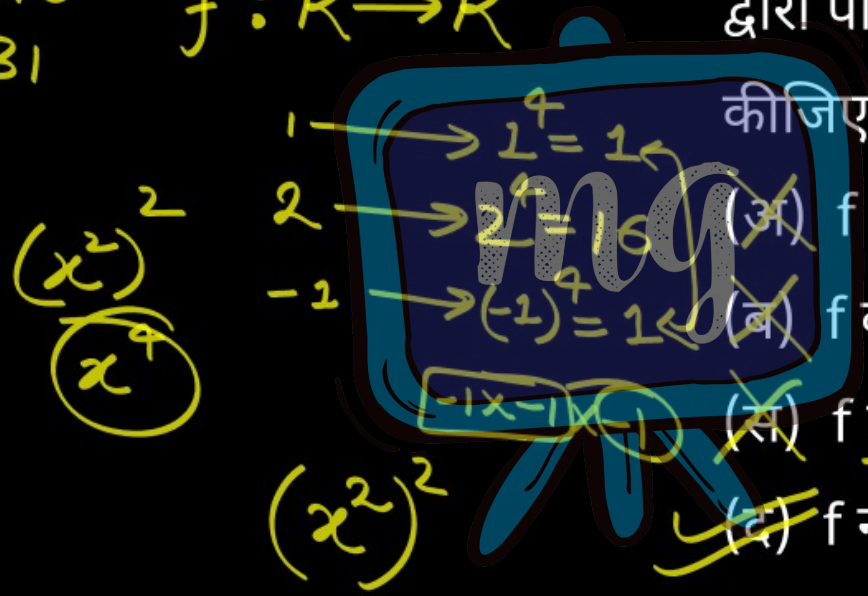
1 प्रश्नावली 1.2





$f(x) = x^4$

$f : R \to R$



11. मान लीजिए कि $f : R \to R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए।

(अ) f एकैकी आच्छादक है

(ब) f बहुएक आच्छादक है

(स) f एकैकी है किंतु आच्छादक नहीं है

(द) f न तो एकैकी है और नआच्छादकहै।

$f : R \to R$.

$f(x) = 3x$

$f(x_1) = f(x_2)$

$3x_1 = 3x_2$

$x_1 = x_2$

$f(x) = y$

$3x = y$

$x = \frac{y}{3}$

2 — 2 एक

1 → 3

12. मान लीजिए कि f (x) = 3 x द्वारा परिभाषित फलन f : R → R है। सही उत्तर चुनिए:

(अ) f एकैकी आच्छादक है

(ब) f बहुएक आच्छादक है

(स) f एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है

(द) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

$f : N \to N$

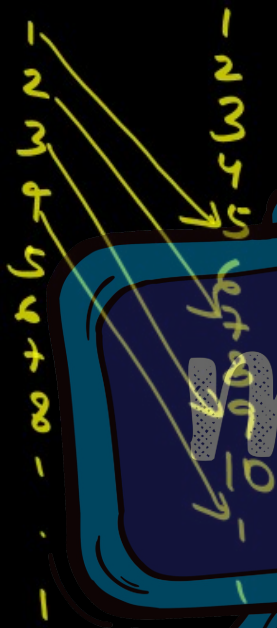
$f(n) = 2n + 3$

$f(1) = 1 \times 2 + 3 = 5$

$f(2) = 2 \times 2 + 3 = 7$

$f(3) = 3 \times 2 + 3 = 9$

$f(4) = 4 \times 2 + 3 = 11$



अभ्यास प्रश्न

1. मान लीजिए कि N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है तथा $f : N \to N$, $f(n) = 2n + 3 \; \forall \; n \in N$ द्वारा परिभाषित एक फलन है, तो f –

   (अ) आच्छादी है

   (ब) एकैक है one-one.

   (स) एकैकी आच्छादी है

   (द) इनमें से कोई भी नहीं है

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$f(n_1) = f(n_2)$$

$$2n_1 + 3 = 2n_2 + 3$$

$$\Rightarrow 2n_1 = 2n_2$$

$$\Rightarrow n_1 = n_2$$



$f : [2, \infty) \longrightarrow R$

$f(x) = x^2 - 4x + 5$

$f(2) = 4 - 8 + 5 = 1$

$f(3) = 9 - 12 + 5 = 2$

$x^2 - 4x + 5$

$x^2 - 4x + 4 + 1$

$= (x-2)^2 + 1$

2. मान लीजिए कि f : [2, ∞) → R, $f(x) = x^2 - 4x + 5$ द्वारा परिभाषित एक फलन है, तो f का परिसर –

(अ) R है

(ब) [1,∞) है

(स) [4,∞) है

(द) [5,∞) है

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$

$(x-y)^2 = x^2+y^2+2xy$

④ $\pm x \times 2x$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(-1) = 3(-1)$
$= -3$

$x \leq 1$

$f(2) = 2^2 = 4$

$f(4) = 2 \times 4 = 8$

$-3 + 4 + 8$
$12 - 3$
9

3. मान लीजिए कि $f : R \to R$,

$$f(x) = \begin{cases} 2x : x > 3 \\ x^2 : 1 < x \leq 3 \\ 3x : x \leq 1 \end{cases}$$

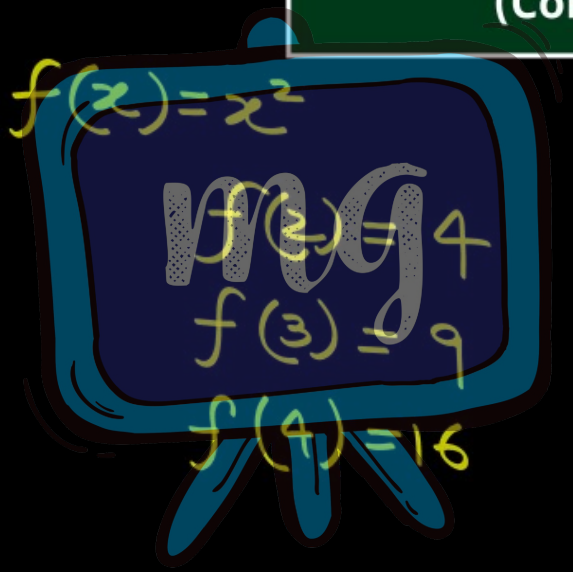
द्वारा परिभाषित है, तो $f(-1) + f(2) + f(4) =$

(अ) 9 (ब) 14

(स) 5 (द) इनमें से कोई नहीं है

फलनों का संयोजन

(Composition of Functions)



$g(x) = x+2$

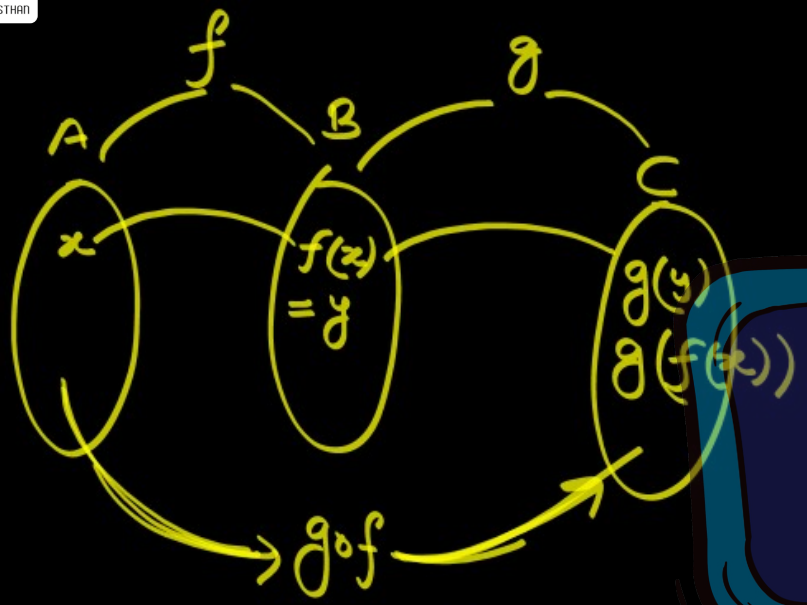
$g(1) = 1+2 = 3$

$g(2) = 2+2 = 4$

$g(3) = 3+2 = 5$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



फलनों का संयोजन

(Composition of Functions)

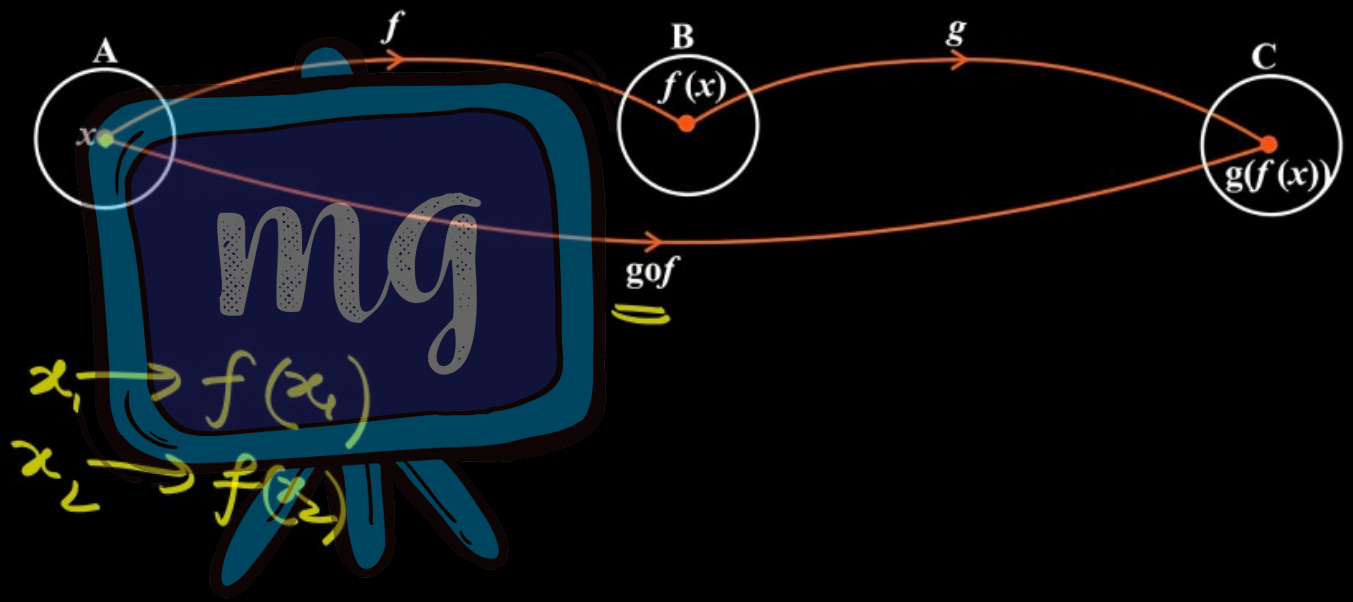
मान लीजिए कि f : A→B तथा g : B→C दो फलन हैं। तब f और g का संयोजन, gof द्वारा निरूपित होता है, तथा फलन gof : A→C, gof (x) = g(f(x)), ∀ x ∈ A द्वारा परिभाषित होता है।

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

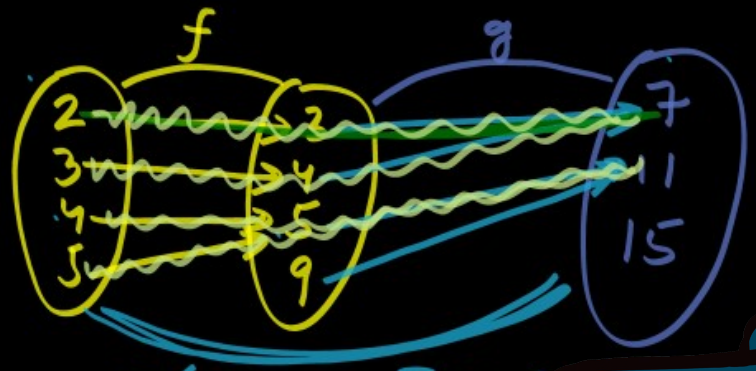
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



$g \circ f(2) = g[f(2)] = g[3] = 7$

$g \circ f(3) = g[f(3)] = g[4] = 7$

$g \circ f(4) = g[f(4)] = g[5] = 11$

$g \circ f(5) = g(5) = 11$

$g \circ f = \{(2, 7), (3, 7), (4, 11), (5, 11)\}$

उदाहरण : 15

मान लीजिए कि

$f : \{2, 3, 4, 5\} \to \{3, 4, 5, 9\}$ और

$g : \{3, 4, 5, 9\} \to \{7, 11, 15\}$ दो फलन

इस प्रकार हैं कि $f(2) = 3$, $f(3) = 4$,

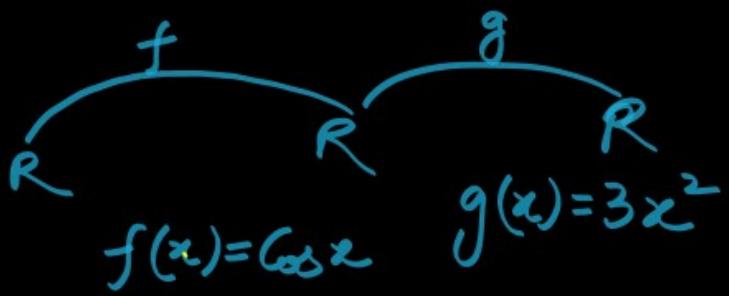
$f(4) = f(5) = 5$ और $g(3) = g(4) = 7$

तथा $g(5) = g(9) = 11$ तो gof ज्ञात

कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण : 16

यदि f : R → R तथा g : R → R फलन क्रमश: f (x) = cos x तथा g (x) = $3x^2$ द्वारा परिभाषित है तो gofऔर fog ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए gof≠ fog.

$g \circ f(x) = g[f(x)]$

$= g[\cos x]$

$= 3\cos^2 x$

$f \circ g(x) = f[g(x)]$

$= f[3x^2] = \cos(3x^2)$

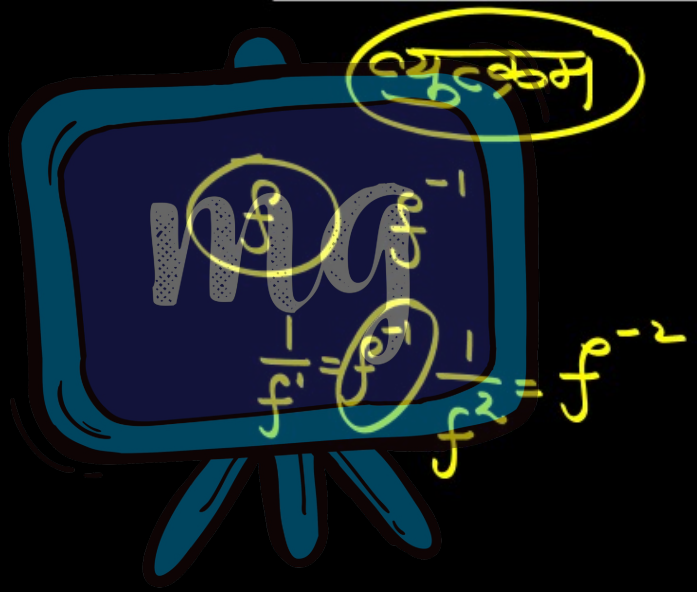
$g \circ f(0) = 3\cos^2(0) = 3 \times 1 = 3$

$f \circ g(0) = \cos(3 \times 0^2) = 1$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

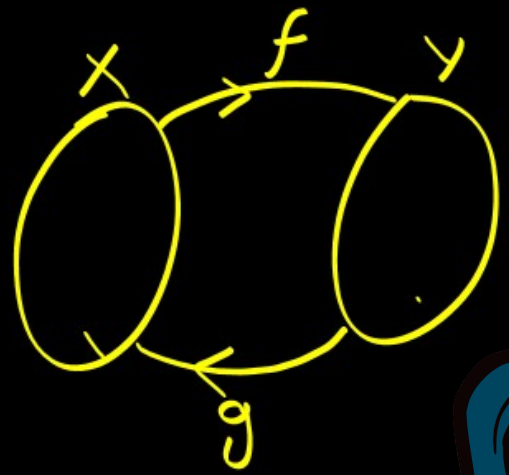
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

व्युत्क्रमणीय फलन (Invertible Function)



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



व्युत्क्रमणीय फलन (Invertible Function)

फलन $f : X \to Y$ व्युत्क्रमणीय (Invertible) कहलाता है, यदि एक फलन $g : Y \to X$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि $gof = I_X$ तथा $fog = I_Y$ है। फलन g को फलन f का प्रतिलोम (Inverse) कहते हैं और इसे प्रतीक f^{-1} द्वारा प्रकट करते हैं।

$g \circ f = I_x$ तत्समक

$f(x) = x$

$\frac{1}{3}x$ $\quad$ $\frac{1}{3}x$

f^{-1}

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f : N \to Y$

$f(x) = 4x + 3$

एकैकी : माना $x_1, x_2 \in N$ इस प्रकार हैं कि

$f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow 4x_1 + 3 = 4x_2 + 3$

$\Rightarrow 4x_1 = 4x_2$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

एकैकी है।

उदाहरण : 17

मान लीजिए कि $f : N \to Y$, $f(x) = 4x + 3$ द्वारा परिभाषित एक फलन है, जहाँ $Y = \{y \in N : y = 4x + 3$ किसी $x \in N$ के लिए। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है। प्रतिलोम फलन भी ज्ञात कीजिए।

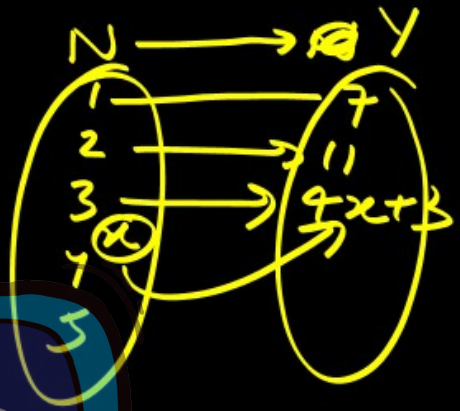
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = 4x+3$

$1 \Rightarrow 1\times4+3 = 7$

$2 \rightarrow 2\times4+3 = 11$



$x \longrightarrow 4x+3 = y \in Y.$

$4x+3$

$f(x) = 4x+3.$

$4y+3 = 4x+3$

$x = y$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = 4x - 3 = y$.

$\Rightarrow 4x = y + 3$.

$\Rightarrow x = \frac{y+3}{4}$

$f^{-1}(y) = \frac{y+3}{4}$

$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{4}$

$4(x) + 3 = y$.

$4x = y + 3$

$x = \frac{y+3}{4}$

$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{4}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अभ्यास प्रश्न

1. मान लीजिए कि $f : R \to R$, $f(x) = 4x - 3$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित एक फलन है, तो f^{-1} लिखिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

2. मान लीजिए कि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा $f : R \to R$ एक फलन है, जो $f(x) = 4x + 5$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा f^{-1} ज्ञात कीजिए।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 18

यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी एक तुल्यता संबंध है।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 19

मान लीजिए कि समुच्चय A में धन पूर्णांकों के क्रमित युग्मों (ordered pairs) का एक संबंध R, (x, y) R (u, v), यदि और केवल यदि, xv = yu द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 20

मान लीजिए कि X = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} है। मान लीजिए कि X में

R_1 = {(x, y) : x – y संख्या 3 से भाज्य है।

द्वारा प्रदत्त एक संबंध R_1 है तथा

R_2 = {(x, y): {x, y} ⊂ {1, 4, 7} या {x, y} ⊂ {2, 5, 8} या {(x, y) ⊂ {3,6,9}}

द्वारा प्रदत्त X में एक अन्य संबंध R_2 है। सिद्ध कीजिए कि $R_1 = R_2$ है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 21

मान लीजिए कि f : X → Y एक फलन है।

X में R = {(a, b) : f (a) = f (b)} द्वारा प्रदत्त एक संबंध R परिभाषित कीजिए।

जाँचिए कि क्या R एक तुल्यता संबंध है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 22

समुच्चय A = {1, 2, 3} से स्वयं तक सभी एकैकी फलन की संख्या ज्ञात कीजिए।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 23

मान लीजिए कि A = {1, 2, 3} है। तब सिद्ध कीजिए कि ऐसे संबंधों की संख्या चार है, जिनमें (1, 2) तथा (2, 3) है और जो स्वतुल्य तथा संक्रामक तो हैं किंतु सममित नहीं हैं।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 24

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय {1, 2, 3} में (1, 2) तथा (2, 1) को अन्तर्विष्ट करने वाले तुल्यता संबंधों की संख्या 2 है।



उदाहरण : 25

तत्समक फलन $I_N : N \to N$ पर विचार कीजिए, जो $I_N(x) = x, \forall\ x \in N$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि, यद्यपि I_N आच्छादक है किंतु निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित फलन $I_N + I_N : N \to N$ आच्छादक नहीं है

$(I_N + I_N)(x) = I_N(x) + I_N(x) = x + x = 2x$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 26

$f(x) = \sin x$ द्वारा प्रदत्त फलन $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to R$ तथा $g(x) = \cos x$ द्वारा प्रदत्त फलन $g : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \to R$ पर विचार कीजिए। सिद्ध कीजिए कि f तथा g एकैकी है, परंतु f + g एकैकी नहीं है।

1. सिद्ध कीजिए कि

$f : R \to \{x \in R : -1 < x < 1\}$ जहाँ

$f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित

फलन एकैकी तथा आच्छादक है।

2. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त फलन $f : R \rightarrow R$ एकैक (Injective) है।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

3. एक अरिक्त समुच्चय X दिया हुआ है। P(X) जो कि X के समस्त उपसमुच्चयों का समुच्चय है, पर विचार कीजिए। निम्नलिखित तरह से P(X) में एक संबंध R परिभाषित कीजिए :

P(X) में उपसमुच्चयों A, B के लिए, ARB, यदि और केवल यदि $A \subset B$ है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

क्या R, P(X) में एक तुल्यता संबंध है? अपने उत्तर का औचित्य भी लिखिए।



4. समुच्चय {1, 2, 3, ..., n} से स्वयं तक के समस्त आच्छादक फलनों की संख्या ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

5. मान लीजिए कि $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-4, -2, 0, 2\}$ और $f, g : A \to B$, क्रमशः $f(x) = x^2 - x$, $x \in A$ तथा $g(x) = 2\left|x - \frac{1}{2}\right| - 1$, $x \in A$ द्वारा परिभाषित फलन हैं। क्या f तथा g समान हैं? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

6. यदि A = {1, 2, 3} हो तो ऐसे संबंध जिनमें अवयव (1, 2) तथा (1, 3) हों और जो स्वतुल्य तथा सममित हैं किंतु संक्रामक नहीं है, की संख्या है

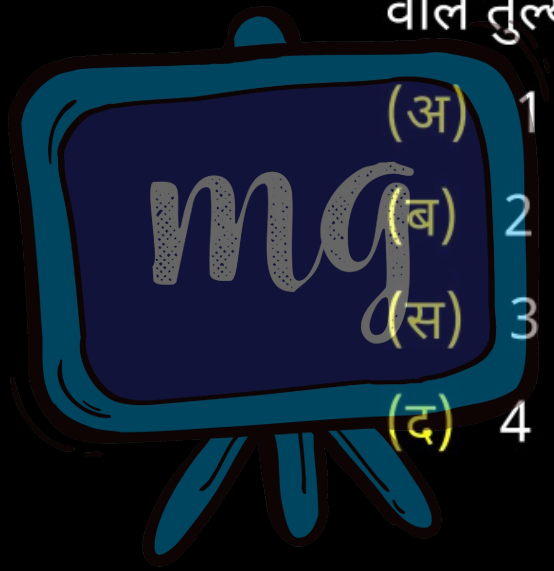
(अ) 1

(ब) 2

(स) 3

(द) 4

7. यदि A = {1, 2, 3} हो तो अवयव (1, 2) वाले तुल्यता संबंधों की संख्या है।



(अ) 1

(ब) 2

(स) 3

(द) 4