KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा - 10

गणित

अध्याय - 2

बहुपद

भाग - 2

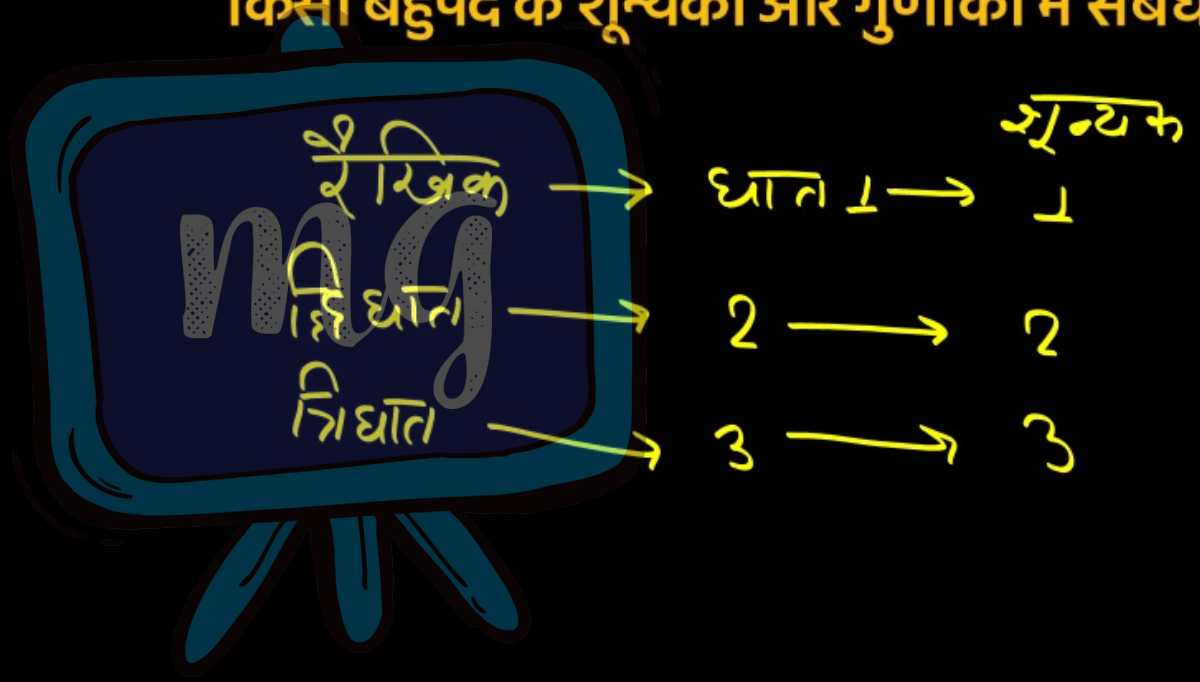
केशव शर्मा

KOLORS
make life better

बहुपद

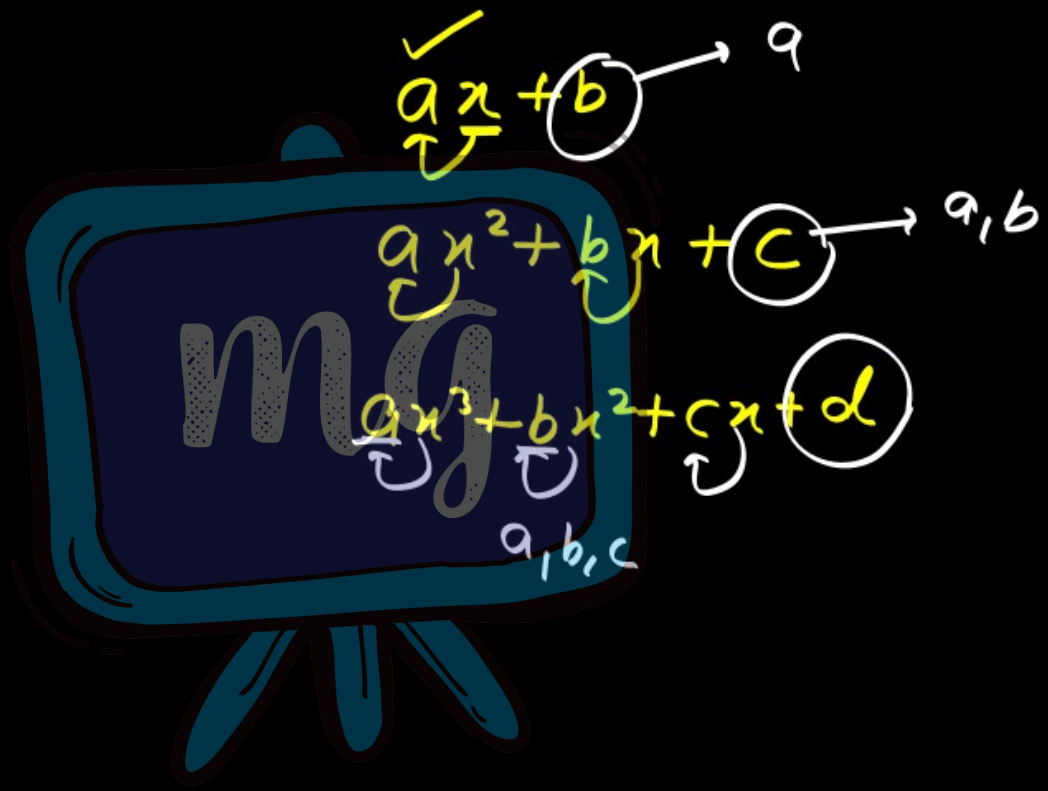
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध :-



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

α
β
γ

रैखिक बहुपद

$ax + b$

↳ शून्यक = 1
α

Exa. $4x - 5$

$4x - 5 = 0$

$4x = 5$

$x = \frac{5}{4}$

$4\left(\frac{5}{4}\right) - 5$

$5 - 5 = 0$

$ax + b = 0$

$ax = -b$

$x = \frac{-b}{a}$

$\alpha = \frac{-b}{a}$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

✦ रैखिक बहुपद

- माना $f(x) = ax + b (a \neq 0)$ एक रैखिक बहुपद है α इसका एक शून्यक है तब

$$\alpha = \frac{-b}{a}$$

$\alpha = \frac{-\text{अचर}}{x \text{ का गुणांक}}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Ex 9. $g \propto (-10)$

$$\alpha = \frac{-\text{अचर}}{\propto \text{का गुणांक}}$$

$$\alpha = \frac{-(-10)}{9} = \frac{10}{9}$$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अर्थात्



$$\text{रैखिक बहुपद का शून्यक} = \frac{-\text{अचर पद}}{x \text{ का गुणांक}}$$

KOLORS make life better

बहुपद

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

द्विघात बहुपद के शून्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंध :-

$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

शून्यक α, β

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -\frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- माना $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ एक द्विघात बहुपद है तथा α एवं β इसके दो शून्यक हैं तब –

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

बहुपद

अर्थात्



$$\text{शून्यकों का योग} = \frac{-\ x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

KOLORS
make life better

बहुपद

ax^2+bx+c

2.

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

mg

अर्थात्

शून्यकों का गुणनफल = $\frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ax^2+bx+c

Exa. $2x^2+3x-4$

शून्यों का योग $= \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2}$

शून्यों का गुणा $= \frac{c}{a} = \frac{-4}{2}$



KOLORS
make life better

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

ax^2+bx+c

Exa. $-5x^2-2x+10$



$\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{-5} = \frac{2}{-5} = \frac{-2}{5}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{10}{-5} = \frac{-10^{2}}{5} = -2$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

द्विघात बहुपद ज्ञात करना जब इसके शून्यक ज्ञात हो :-

α, β

$x^2 - ($शून्यकों का योग$)x +$ शून्यकों का गुणनफल

$$x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- माना $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ एक द्विघात बहुपद है तथा α एवं β इसके दो शून्यक हैं तब –

$$f(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

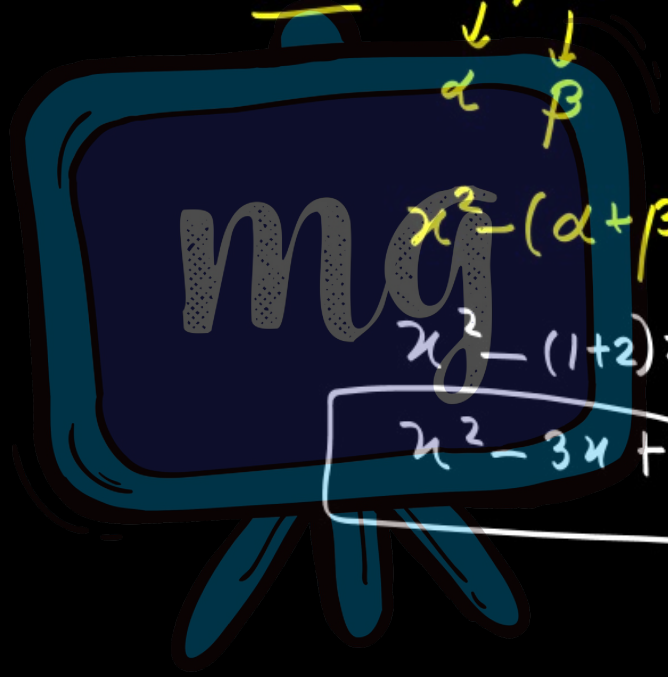
अर्थात्

द्विघात बहुपद = x^2 – (शून्यकों का योग)x + शून्यकों का गुणनफल

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

Exa. 1, 2 द्विघात बहुपद ?



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

Exa. 2, -5 द्विघात बहुपद?

α β

$x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$x^2 - (2+(-5))x + 2\times(-5)$

$x^2 - (2-5)x - 10$

$x^2 - (-3)x - 10$

$x^2 + 3x - 10$

KOLORS make life better

बहुपद

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

द्विघात बहुपद के शून्यक ज्ञात करने की

गुणखण्ड विधि :-

ax^2+bx+c

$a \times c$

उदाहरण –

x^2+6x+8

$1 \times 8 = 8$ → 4, 2

$6x = 2x+4x$

$x^2+2x+4x+8$

$x(x+2)+4(x+2)$

$(x+2)(x+4)$

$x+2=0$ | $x+4=0$

$x=-2$ | $x=-4$

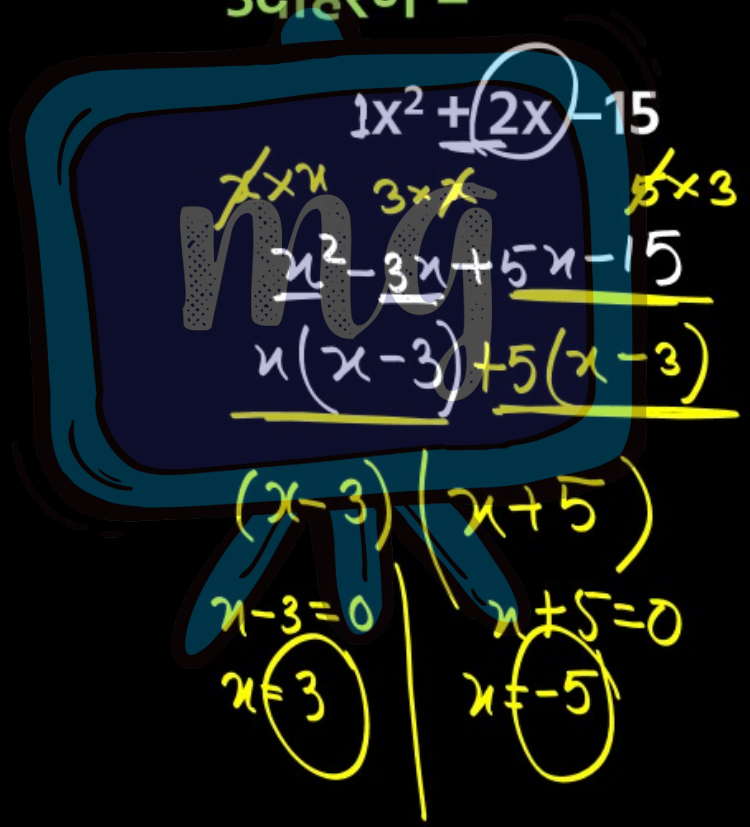
1. गुणा करने पर 8
2. जोड़ने पर +6

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण –



$1x - 15 = -15$

5 , -3

$2x = -3x + 5x$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- माना $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ एक द्विघात बहुपद है तब इसके शून्यक ज्ञात करने की गुणनखण्ड विधि निम्न प्रकार है –

बहुपद

चरण 1 :

- x^2 के गुणांक (a) तथा अचर पद (c) का गुणनफल ज्ञात करें। (माना d)

चरण 2 :

- प्राप्त गुणनफल d के दो ऐसे गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए जिनको जोड़ने या घटाने पर x का गुणांक (b) प्राप्त हों। (माना m व n)

चरण 3 :

- x का गुणांक (b) के स्थान पर (m + n) या (m – n) रख देते है तथा निम्न बहुपद प्राप्त कर लेते है।

$$ax^2 + mx \pm nx + c$$

चरण 4 :

- प्रथम दो तथा अन्तिम दो पदों से उभयनिष्ठ लेकर बहुपद को दो रैखिक बहुपदों के गुणनफल के रूप में लिख लेते हैं।

$(x-3)(x+5)$

चरण 5 :

- प्रत्येक रैखिक बहुपद से अभीष्ठ शून्यक ज्ञात करते हैं।



उदाहरण –

बहुपद $p(x) = x^2 - 2x - 8$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। (2022)

$p(x) = x^2 - 2x - 8$

$x^2 + 2x - 4x - 8$

$x(x+2) - 4(x+2)$

$(x+2)(x-4)$

$x+2=0$

$x=-2$

$x-4=0$

$x=4$

$1x - 8 = -8$

$-4 \quad 2$

$-2x = 2x - 4x$

उदाहरण – ax^2+bx+c

बहुपद $x^2 - 3$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

(2024)

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

x^2-3

$x^2-(\sqrt{3})^2$

$(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

$x+\sqrt{3}=0$	$x-\sqrt{3}=0$
$x=-\sqrt{3}$	$x=\sqrt{3}$

KOLORS make life better

बहुपद

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$3-4=-1$

उदाहरण –

बहुपद $2x^2-x-6$ के शून्यक ज्ञात कीजिए। (2024)

$x-2=0$

$x=2$

$2x+3=0$

$2x=-3$

$x=\frac{-3}{2}$

$2x^2-x-6$

$2x^2-4x+3x-6$

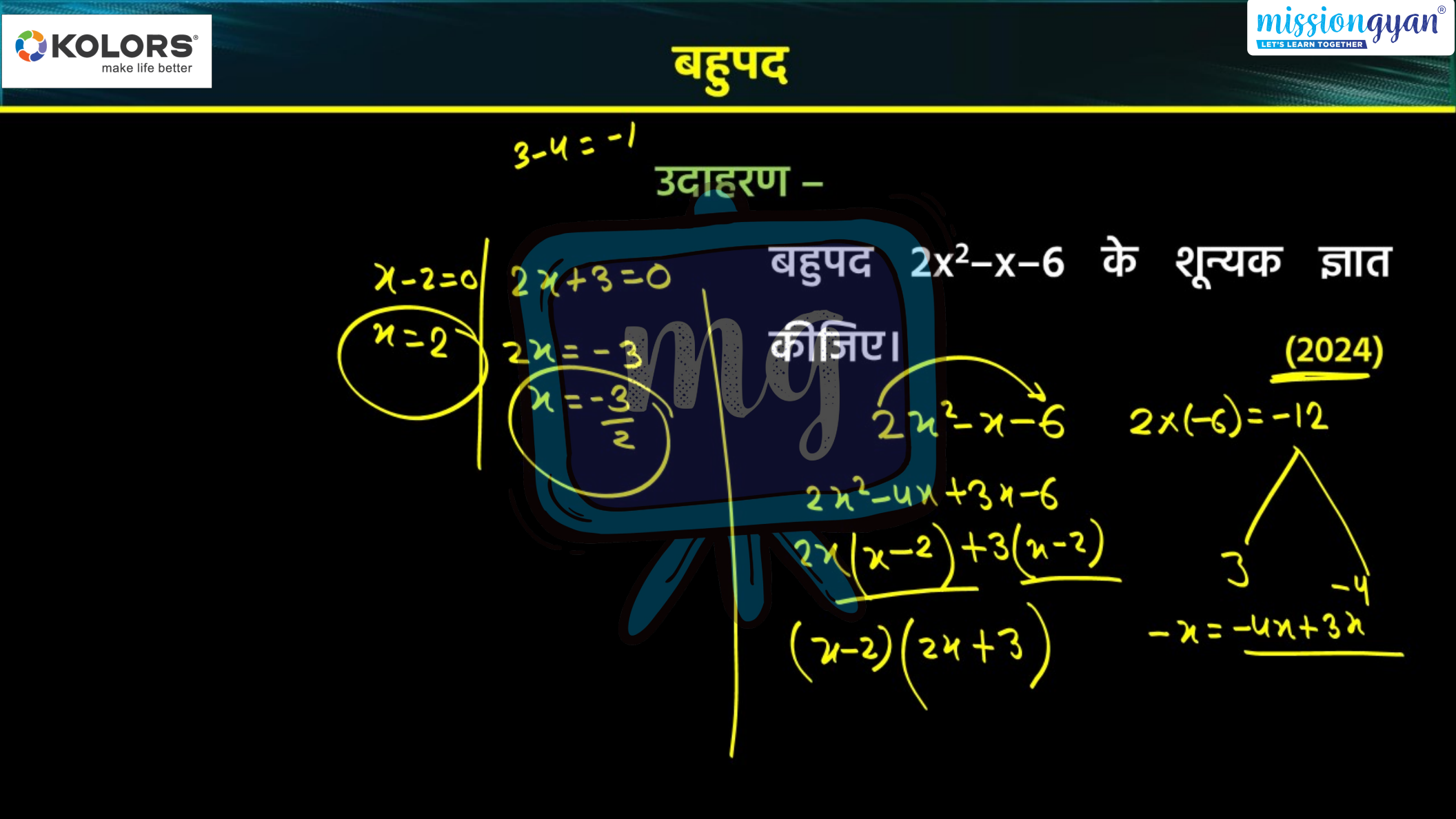
$2x(x-2)+3(x-2)$

$(x-2)(2x+3)$

$2\times(-6)=-12$

3 , −4

$-x=-4x+3x$



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिघात बहुपद

ax^3+bx^2+cx+d

α, β, γ

$\alpha+\beta+\gamma = -\frac{b}{a} = \frac{-x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = \frac{c}{a} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$

$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a} = -\frac{\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$

KOLORS
make life better

बहुपद

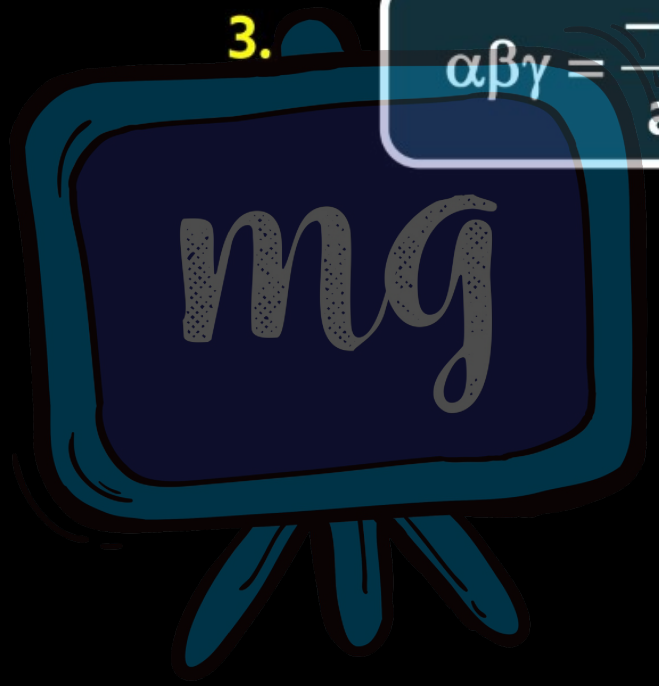
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- माना $f(x)= ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a\neq0)$ एक त्रिघात बहुपद है तथा α, β एवं γ इसके तीन शून्यके हैं तब –

1. $\alpha+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}$

2. $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$

3. $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$



प्रश्नावली 2.2 :

Q.1 निम्न द्विघात बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए : (2022)

(i) $x^2 - 2x - 8$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ax^2+bx+c

$1x^2-2x-8$

$1x-8=-8$

$x^2+2x-4x-8$

$-4 \quad 2$

$x(x+2)-4(x+2)$

$(x+2)(x-4)$

$x+2=0 \quad | \quad x-4=0$

$x=-2 \quad | \quad x=4$

शून्यक $=-2, 4$

$\alpha+\beta=-2+4=2$

$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{-(-2)}{1}=2$

$\alpha\beta=-2\times4=-8$

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{-8}{1}=-8$