Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan® LET'S LEARN TOGETHER

ARJUN BATCH

CLASS 9th MATHS

यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय

Chapter-5 | Part-1



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आज क्या पढेंगे ?

1. यूक्लिड की ज्यामिति का परिचय
2. परिभाषाएँ, अभिगृहीत और अभिधारणाएँ



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ज्यामिति

- गणित की वह शाखा जिसके अन्तर्गत हम विभिन्न प्रकार की आकृतियों का अध्ययन करते हैं, ज्यामिति कहलाती है।
- 'ज्यामिति' शब्द की उत्पत्ति यूनानी भाषा के दो शब्दों 'जिओ' और 'मीट्रीन' से मानी जाता है।
- 'जिओ' का अर्थ है - 'भूमि या पृथ्वी'

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- 'मीट्रीन' का अर्थ है- 'मापना'

अतः यह कहा जा सकता है कि 'ज्यामिती' का उद्भव 'भूमि के मापन' कि आवश्यकता के साथ ही हुआ।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



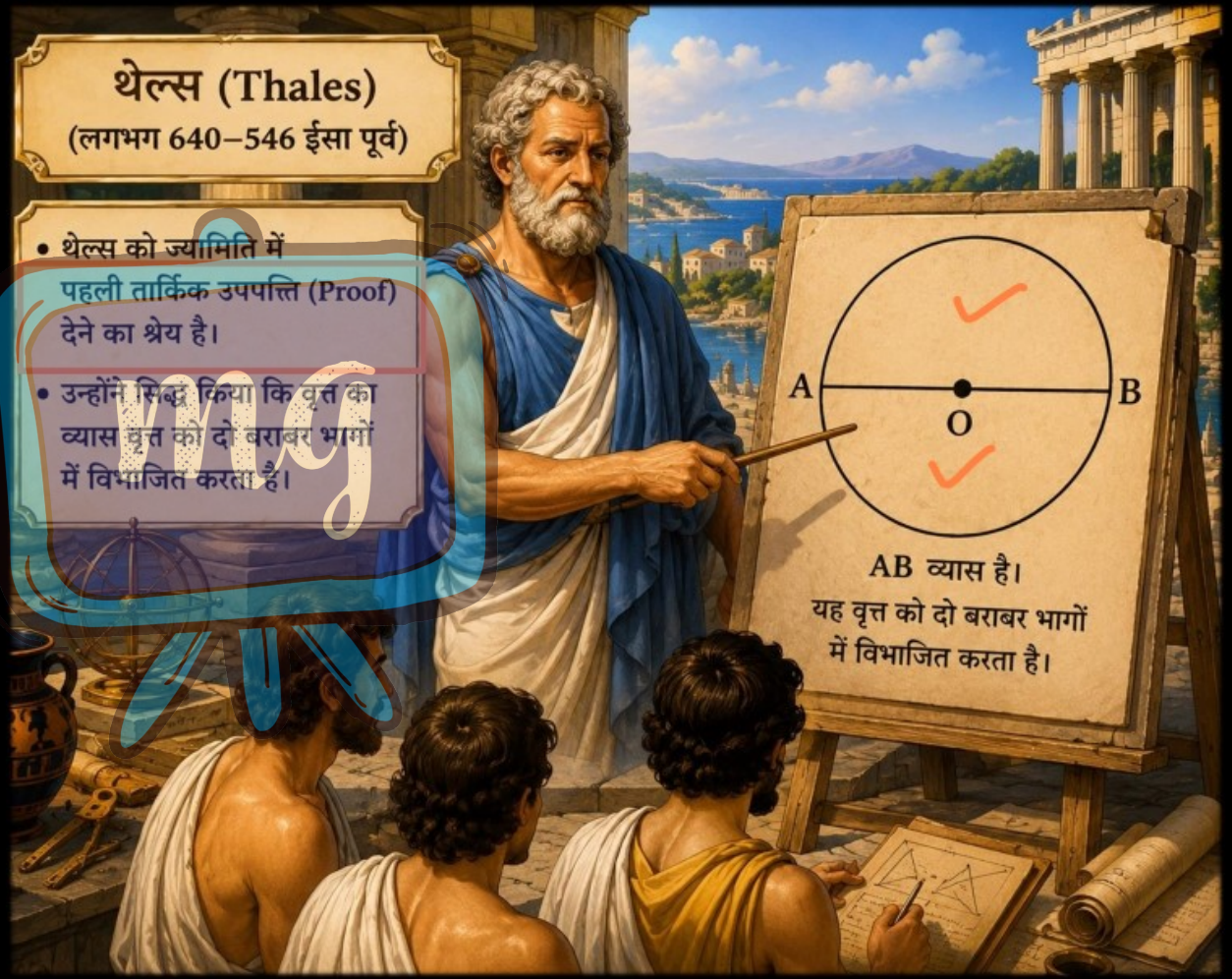
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

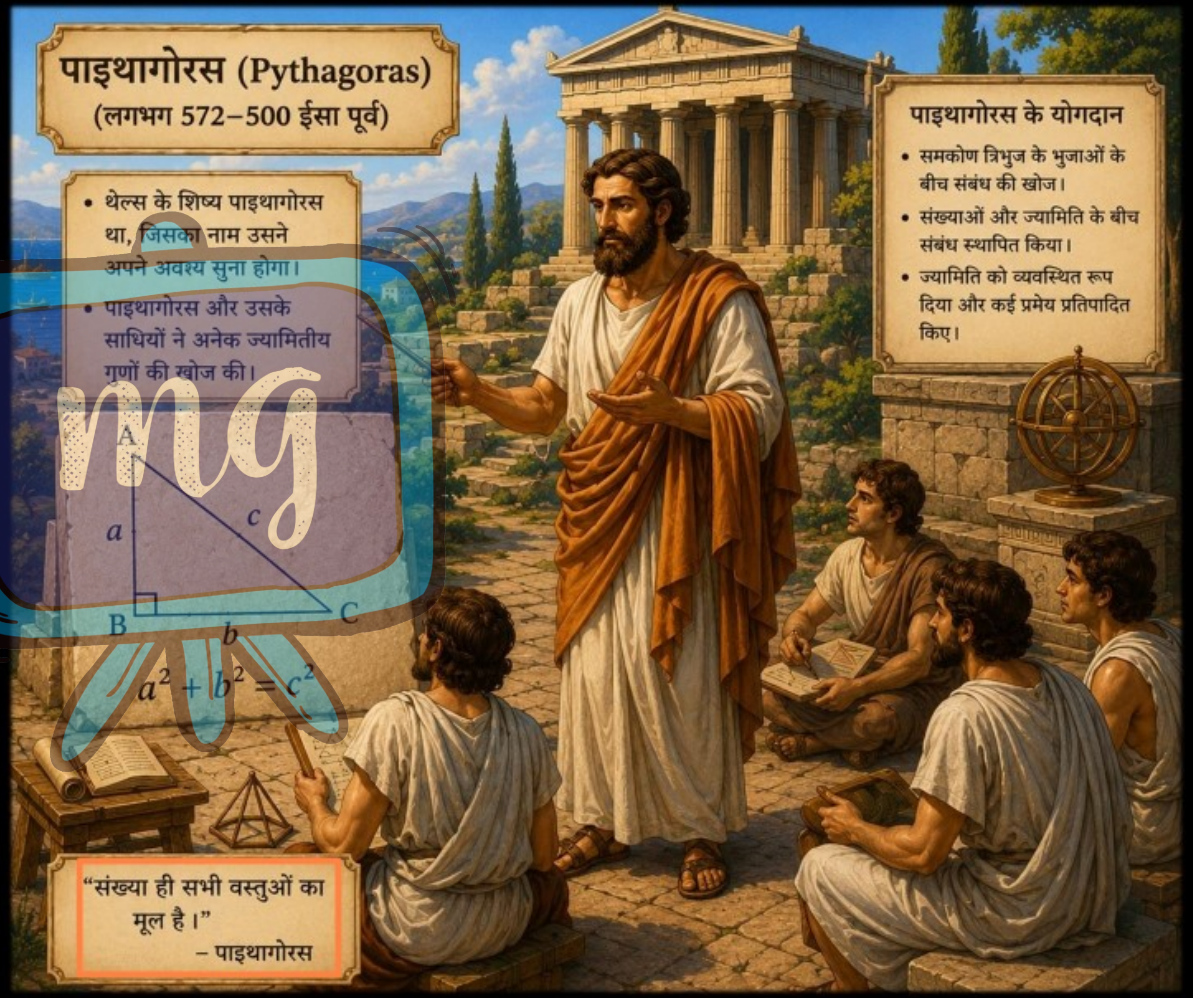
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

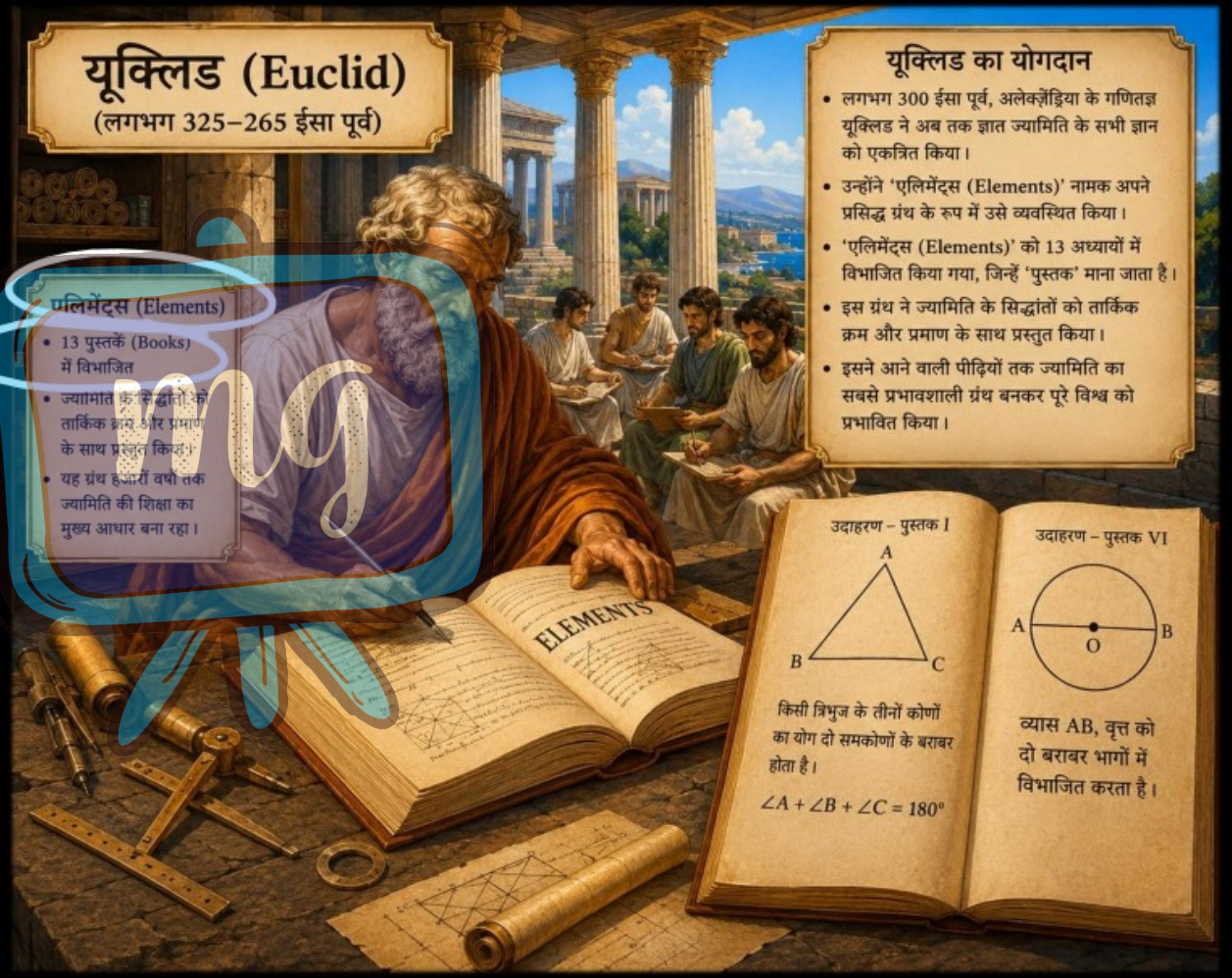
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कर्ण^2 = लं.^{2} + आ.^{2}



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

विभिन्न देशों में ज्यामिति का मूल्यांकन

गणित की इस शाखा का अध्ययन विभिन्न रूपों में प्रत्येक प्राचीन सभ्यताओं द्वारा किया गया, चाहे वह मिस्र हो, बेबीलोन हो, चीन हो, भारत हो, यूनान हो या इनकास इत्यादि।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

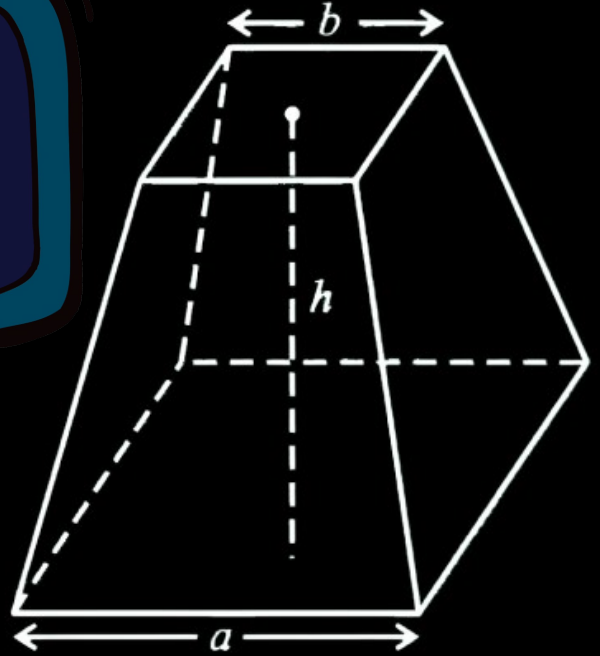
उदाहरण :

- नील नदी में बाढ़ आने पर मिस्त्रवासियों द्वारा संलग्न खेतों के बीच की परिसीमाओं को बढ़ाना।
- अन्नभण्डारों के आयतन निकालने तथा नहरों और पिरामिड़ों के निर्माण में।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- एक कटे हुए पिरामिड़ का आयतन ज्ञात करने में।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



सिंधु घाटी सभ्यता में ज्यामिति का उपयोग

- हड़प्पा और मोहनजोदड़ों में उत्खनन
- शहरों में, सड़कों में, जलनिकासी व्यवस्था में, घरों में विभिन्न प्रकार के अनेक कमरों में, ईंटो में (4:2:1)

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

वैदिक काल में ज्यामिति का उपयोग

(अथर्ववेद में दिए) 'श्रीयंत्र' में एक दूसरे के साथ जुड़े नौ समद्विबाहु त्रिभुज अंतर्निहित हैं। ये त्रिभुज इस प्रकार व्यवस्थित किए गए हैं कि इनसे 43 छोटे (या गौण) त्रिभुजों का निर्माण होता है।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



थेल्स

एक यूनानी गणितज्ञ थेल्स ने ही सबसे पहली ज्ञात उपपत्ति प्रदान की। यह उपपत्ति इस कथन की थी कि व्यास वृत्त को समद्विभाजित (अर्थात् दो बराबर भागों में विभाजित) करता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



यूक्लिड

यूक्लिड ने उस समय तक ज्ञात गणित के सभी ज्ञान को एकत्रित किया और एलीमेंट्स नामक अपने प्रसिद्ध ग्रंथ के रूप में उसे व्यवस्थित किया।

उन्होने एलीमेंटस को 13 अध्यायों में विभाजित किया, जिनमें से प्रत्येक को पुस्तिका माना जाता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

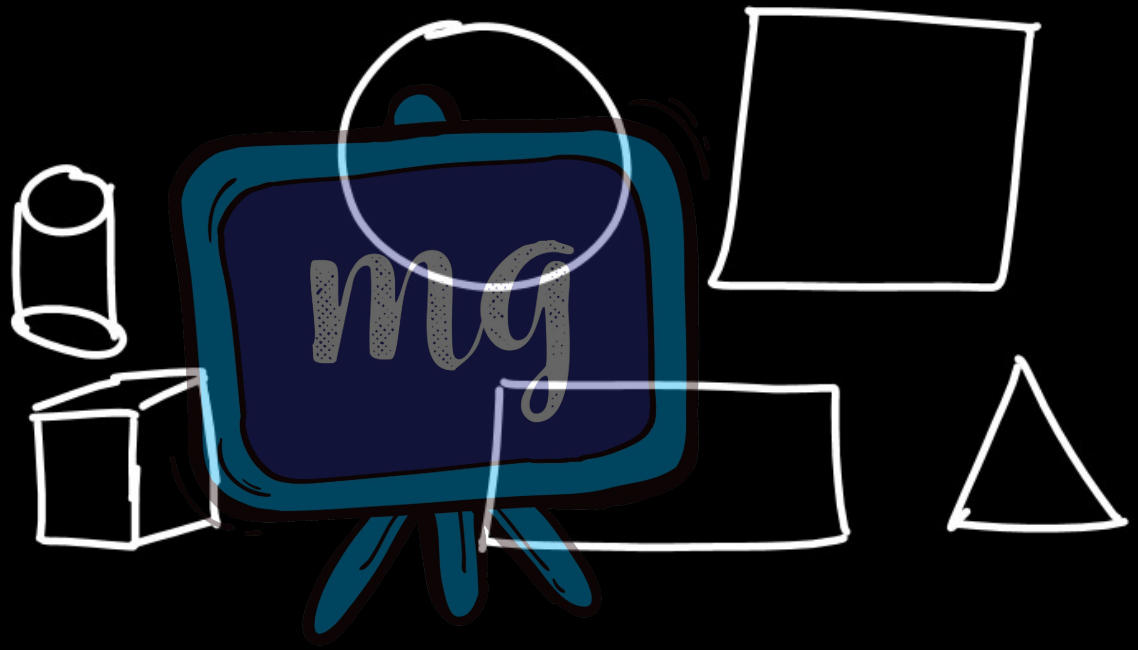
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यूक्लिड ज्यामिति

यूक्लिड ज्यामिति, यूनानी गणितज्ञ यूक्लिड द्वारा नियोजित अभिगृहीतों और प्रमेयों के आधार पर समतल और ठोस आकृतियों का अध्ययन है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यूक्लिड की परिभाषाएँ

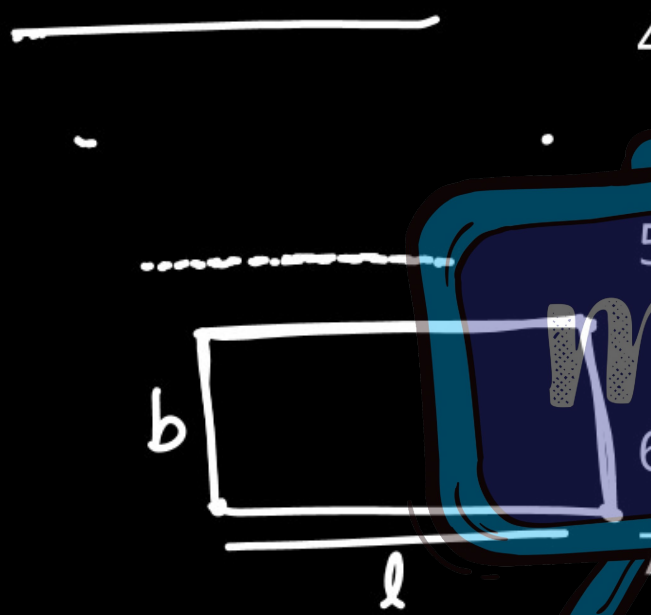


यूक्लिड ने 'एलीमेंटस' की पुस्तक 1 से 23 परिभाषाएँ दी। इनमें से कुछ परिभाषाएँ निम्न हैं:

1. एक बिंदु (point) वह है ~~जिसका कोई भाग~~ नहीं होता।
2. एक रेखा (line) चौड़ाई रहित लम्बाई होती है। होती हैं।
3. एक रेखा के सिरे बिंदु होते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



4. एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिंदुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
5. एक पृष्ठ (surface) वह है जिसकी केवल लम्बाई और चौड़ाई होती है।
6. पृष्ठ के किनारे (edges) रेखाएँ होती हैं।
7. एक समतल पृष्ठ (plane surface) ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यूक्लिड की परिभाषाओं की समस्या

एक बिंदु, एक रेखा व एक समतल की परिभाषाओं को गणितज्ञों द्वारा स्वीकृत नही किया गया क्योंकि इनमें एक वस्तु को परिभाषित करने के लिए अनेक वस्तुओं को परिभाषित करने की आवश्यकता होती हैं और बिना किसी अंत के परिभाषाओं की एक लम्बी श्रृंखला प्राप्त हो सकती है। इसलिए इन ज्यामिति पदों को 'अपरिभाषित' मान लिया गया।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अभिगृहीत

अभिगृहीत ऐसे कथन होते है जो स्वयं सिद्ध होते है अर्थात जिन्हें हम अपने अर्न्तज्ञान से समझ सकते है।

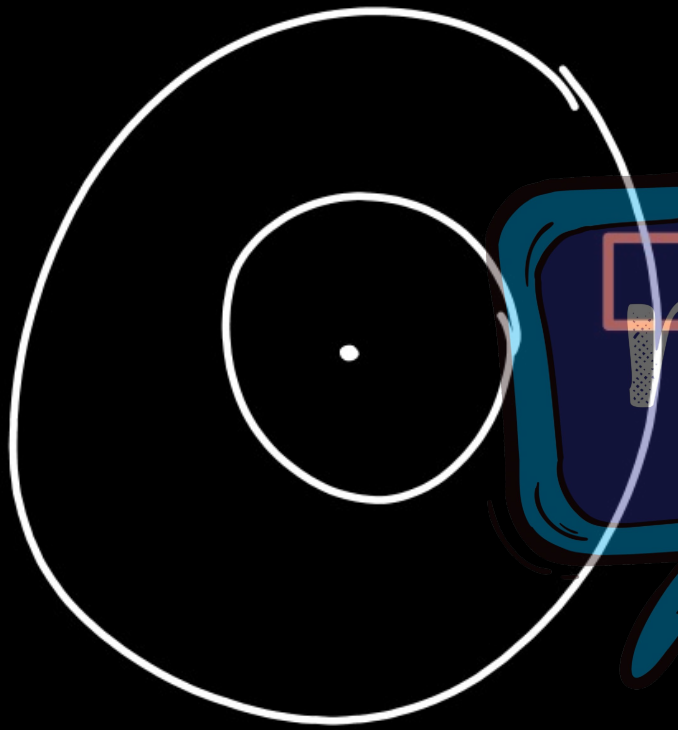


उदाहरण :

किसी भी बिंदु से कई सरल रेखाएँ खींची जा सकती है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



अभिधारणाएँ

अभिधारणाएँ ऐसे कथन होते हैं जो प्रकृति में देखे गये हमारे अनुभवों के अनुसार सत्य मान लिये जाते हैं।

- यूक्लिड ने अभिधारणा शब्द का प्रयोग उन कल्पनाओं के लिए किया जो विशिष्ट रूप से ज्यामिति से सम्बन्धित थी।

उदाहरण :

किसी भी बिन्दु से एक किसी भी त्रिज्या के वृत्त की रचना की जा सकती है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय

प्रमेय ऐसे कथन होते है जिनकी सत्यता को सिद्ध किया जा सकता है।

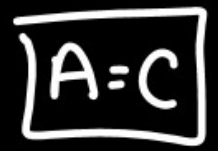
उदाहरण :

किसी त्रिभुज के तीनों अन्त:कोणों का योग 180° होता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यूक्लिड के अभिगृहित



यूक्लिड ने अपनी पुस्तक एलीमेन्ट्स में कुछ अभिगृहित लिखे जो निम्न प्रकार है -

1. वे वस्तुएँ जो एक ही वस्तु के बराबर हो एक दूसरे के बराबर होती हैं।

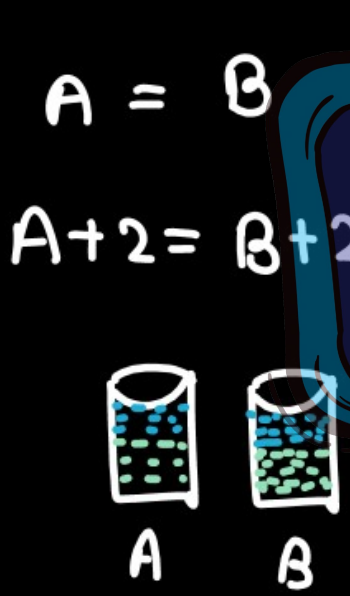
उदाहरण :

यदि A = B और C = B अर्थात A और C, B के बराबर हैं, तो A और C बराबर होंगे।

Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

2. यदि बराबरों को बराबरों में जोड़ा जाए, तो पूर्ण भी बराबर होते हैं।



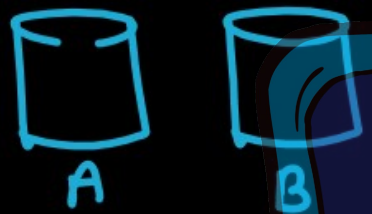
उदाहरण :

दो गिलास A और A' में पानी की मात्रा समान है। अब हम दोनों गिलास A और A' में समान मात्रा में पानी B मिलाते हैं, तो जार में पानी की अंतिम मात्रा समान होगी। A + B, A' + B के बराबर होगा।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

3. यदि बराबरों को बराबरों में से घटाया जाए, तो शेषफल भी बराबर होते हैं।



उदाहरण :

दो गिलास A और A' में पानी की मात्रा समान है। अब हम गिलास A और A' दोनों से समान मात्रा में पानी B निकालते हैं, तो जार में पानी की अंतिम मात्रा समान होगी। A – B, A' – B के बराबर होगा।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

4. वे वस्तुएँ जो परस्पर संपाती हों, एक दूसरे के बराबर होती हैं।



उदाहरण :

यदि दो त्रिभुज एक दूसरे से संपाती हों तो वे बराबर होते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

5. पूर्ण अपने भाग से बड़ा होता है।

❖ यह कथन भौतिकी, रसायन विज्ञान, गणित, ज्यामिति, जीव विज्ञान, अर्थशास्त्र आदि में सत्य है।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

6. एक ही वस्तुओं के दुगुने परस्पर बराबर होते हैं।

उदाहरण :

यदि A = A' तो 2A = 2A'



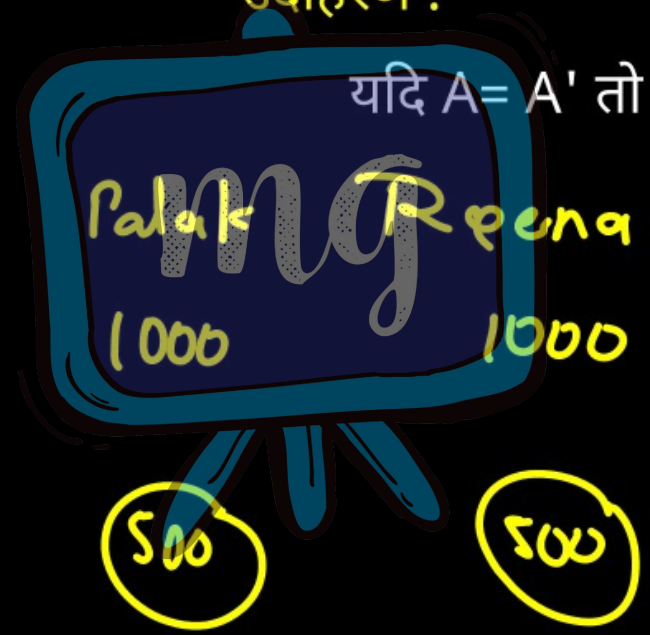
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

7. एक ही वस्तुओं के आधे परस्पर बराबर होते हैं।

उदाहरण :

यदि $A = A'$ तो $\frac{1}{2} A = \frac{1}{2} A'$



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यूक्लिड की अभिधारणाएँ

यूक्लिड ने पाँच अभिधारणाएँ प्रस्तुत की जो निम्न प्रकार हैं-



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अभिधारणा 1 :

एक बिंदु से एक अन्य बिंदु तक एक सीधी रेखा खींची जा सकती है।

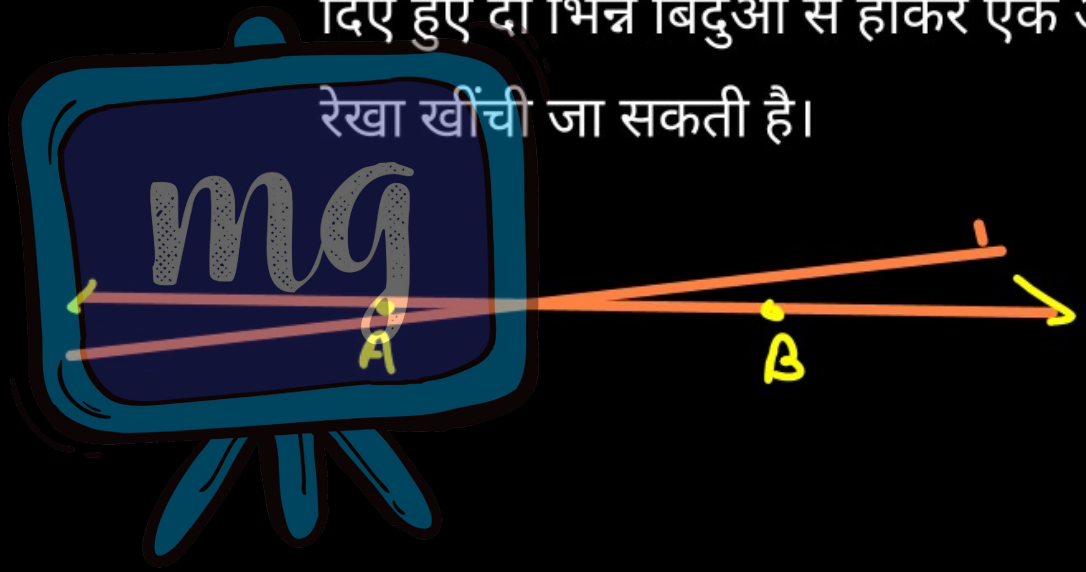


Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अभिगृहित 5.1 :

दिए हुए दो भिन्न बिंदुओं से होकर एक अद्वितीय रेखा खींची जा सकती है।

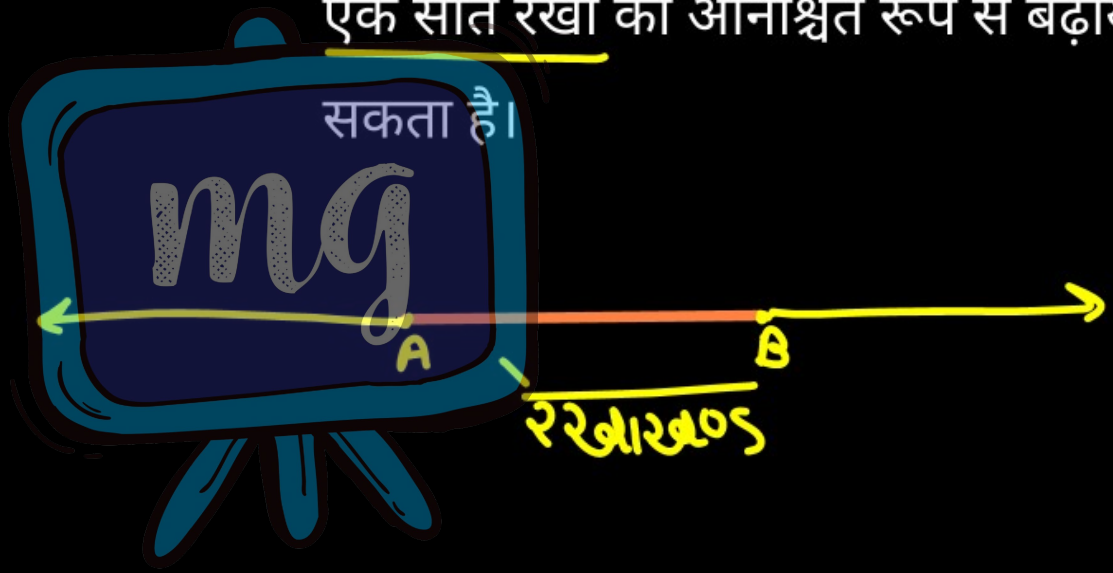


Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अभिधारणा 2 :

एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अभिधारणा 3 :

किसी को केन्द्र मान कर और किसी त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जा सकता है।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अभिधारणा 4 :

सभी समकोण एक दूसरे के बराबर होते हैं।

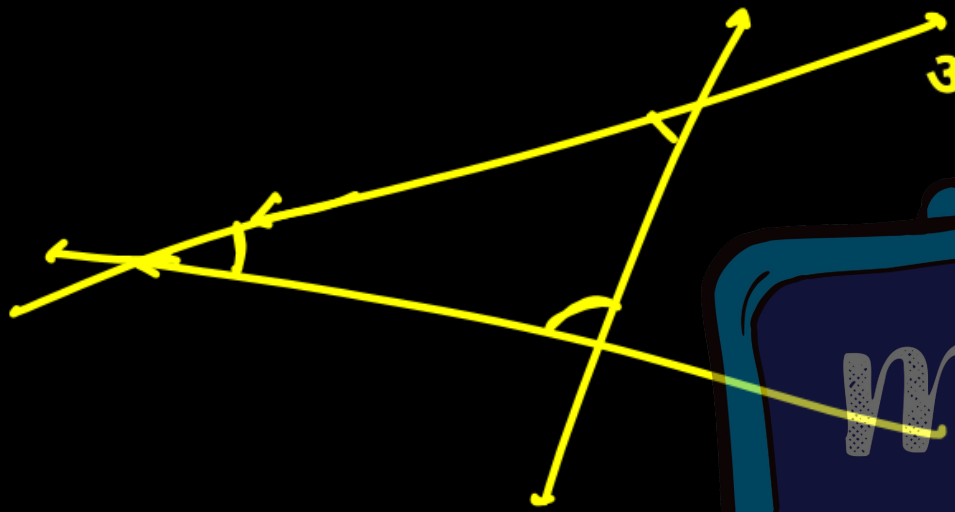
९०°



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

180°



अभिधारणा 5 :

यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिर कर अपने एक ही ओर दो अंतः कोण इस प्रकार बनाए कि इन दोनों कोणों का योग मिल कर दो समकोणों से कम हो, तो वे दोनों सीधी रेखाएँ अनिश्चित रूप से बढ़ाए जाने पर उसी ओर मिलती हैं जिस ओर यह योग दो समकोणों से कम होता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

