कक्षा-10

बहुपद

Polynomials

अध्याय - 2

भाग - 4

प्रश्नावली 2.2

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिघात बहुपद के शून्यकों तथा गुणांकों के मध्य संबंध

उदाहरण 5. जाँच कीजिए कि त्रिघात बहुपद $p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ के शून्यक 3, -1 और $-\frac{1}{3}$ हैं। इसके पश्चात् शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

दिया गया बहुपद :

$f(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$

यदि $x = 3$ हो :

$f(3) = 3(3)^3 - 5(3)^2 - 11(3) - 3$

$= 3 \times 27 - 5 \times 9 - 33 - 3$

$= 81 - 45 - 33 - 3$

$= 81 - 81 = 0$

$\Rightarrow x = 3$ $f(x)$ का एक शून्यक है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

पुनः यदि : $x = -1$ हो :

$$f(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$$

$$\Rightarrow f(-1) = 3(-1)^3 - 5(-1)^2 - 11(-1) - 3$$

$$= -3 - 5 + 11 - 3 = 0$$

$\Rightarrow x = -1$ भी एक शून्यक है।

अब, यदि $x = -\frac{1}{3}$ हो :

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 5\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 11\left(-\frac{1}{3}\right) - 3$$

$$= -3 \times \frac{1}{27} - 5 \times \frac{1}{9} + \frac{11}{3} - \frac{3}{1}$$

$$= \frac{-3 - 15 + 99 - 81}{27} = 0$$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ भी एक शून्यक है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अब, माना $\alpha = 3$, $\beta = -1$ व $r = -\frac{1}{3}$

तथा $f(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$

अब, $\alpha + \beta + r = -\frac{b}{a}$

$\Rightarrow 3 - 1 - \frac{1}{3} = -\frac{(-5)}{3}$

$\Rightarrow \frac{9-3-1}{3} = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{5}{3} = \frac{5}{3}}$

$\alpha\beta + \beta r + r\alpha = \frac{c}{a}$

$3(-1) + (-1)\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)(3) = \frac{-11}{3}$

$\Rightarrow -3 + \frac{1}{3} - 1 = -\frac{11}{3}$

$\Rightarrow \frac{-9+1-3}{3} = -\frac{11}{3}$

$\Rightarrow \boxed{-\frac{11}{3} = -\frac{11}{3}}$

$\alpha\beta r = -\frac{d}{a}$

$3(-1)\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{(-3)}{3}$

$\Rightarrow \boxed{1 = 1}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

1. निम्न द्विघात बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए :

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

$x^2 - 2x - 8$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 2x - 8$

$\Rightarrow x(x-4) + 2(x-4)$

$\Rightarrow (x-4)(x+2)$

शून्यकों के लिए :

$x - 4 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 4}$

$\alpha = 4$

$x + 2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = -2}$

$\beta = -2$

(i) $x^2 - 2x - 8$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$4 - 2 = -\frac{(-2)}{1}$

$\boxed{2 = 2}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$4(-2) = -\frac{8}{1}$

$\boxed{-8 = -8}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

(ii) $4s^2 - 4s + 1$

$4s^2 - 4s + 1$

$\Rightarrow 4s^2 - 2s - 2s + 1$

$\Rightarrow 2s(2s-1) - 1(2s-1)$

$\Rightarrow (2s-1)(2s-1)$

शून्यकों के लिए :

$2s - 1 = 0$

$2s = 1$

$s = \frac{1}{2}$ — α

$2s - 1 = 0$

$s = \frac{1}{2}$ — β

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{(-4)}{4}$

$1 = 1$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

(iii) $6x^2 - 3 - 7x$

$6x^2 - 7x - 3$

$\Rightarrow 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$\Rightarrow 3x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$\Rightarrow (2x - 3)(3x + 1)$

शून्यकों के लिए :

$2x - 3 = 0$

$\Rightarrow 2x = 3$

$\Rightarrow \alpha \boxed{x = \frac{3}{2}}$

$3x + 1 = 0$

$\Rightarrow 3x = -1$

$\Rightarrow \beta \boxed{x = -\frac{1}{3}}$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{-(-7)}{6}$

$\frac{9 - 2}{6} = \frac{7}{6}$

$\boxed{\frac{7}{6} = \frac{7}{6}}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{-3}{6_2}$

$\boxed{-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

1. निम्न द्विघात बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए :

(iv) $4u^2 + 8u$

$4u^2 + 8u$

$\Rightarrow 4u(u+2)$

शून्यकों के लिए :

$4u = 0$

$\Rightarrow u = 0$

α

$u + 2 = 0$

$u = -2$

β

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$0 + (-2) = \frac{-8}{4}$

$-2 = -2$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$0(-2) = \frac{0}{4}$

$0 = 0$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

(v) $t^2 - 15$

$t^2 - 15$

शून्यकों के लिए

$t^2 - 15 = 0$

$\Rightarrow t^2 = 15$

$\Rightarrow t = \pm\sqrt{15}$

$\alpha = \sqrt{15}$, $\beta = -\sqrt{15}$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$\sqrt{15} - \sqrt{15} = \frac{-0}{1}$

$0 = 0$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\sqrt{15}(-\sqrt{15}) = \frac{-15}{1}$

$\Rightarrow -15 = -15$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

(vi) $3x^2 - x - 4$

$3x^2 - x - 4$

$\Rightarrow 3x^2 - 4x + 3x - 4$

$\Rightarrow x(3x-4) + 1(3x-4)$

$\Rightarrow (3x-4)(x+1)$

शून्यकों के लिए :

$3x - 4 = 0$

$\Rightarrow 3x = 4$

$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$

$x + 1 = 0$

$\Rightarrow x = -1$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$\frac{4}{3} - 1 = -\frac{(-1)}{3}$

$\frac{4-3}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

$\frac{4}{3}(-1) = -\frac{4}{3}$

$-\frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ हैं:

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

(i) $\frac{1}{4}, -1$

$\alpha + \beta = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{-b}{a} = \frac{1}{4}}$

$\alpha \cdot \beta = -1$

$\frac{c}{a} = \frac{-1}{1} \times \frac{4}{4}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{c}{a} = \frac{-4}{4}}$

अतः तुलना करने पर:

$\boxed{a = 4}$

$\boxed{c = -4}$

$-b = 1$

$\Rightarrow \boxed{b = -1}$

अब, द्विघात बहुपद:

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$\boxed{f(x) = 4x^2 - x - 4}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

$\alpha+\beta=\sqrt{2}$, $\alpha\cdot\beta=\frac{1}{3}$

(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

द्विघात बहुपद :

$f(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\cdot\beta$

$= x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

(iii) $0, \sqrt{5}$

$\alpha + \beta = 0$

$-\frac{b}{a} = \frac{0}{1}$

$\alpha \cdot \beta = \sqrt{5}$

$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{1}$

अत: तुलना करने पर :

$a = 1$, $b = 0$, $c = \sqrt{5}$

अत: द्विघात बहुपद :

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$\Rightarrow f(x) = 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + \sqrt{5}$

$\Rightarrow f(x) = x^2 + \sqrt{5}$

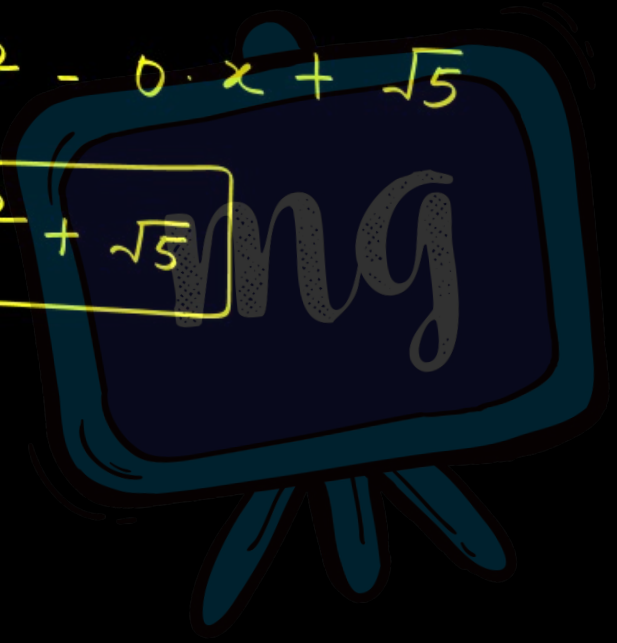
ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow \quad f(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta$

$f(x) = x^2 - 0 \cdot x + \sqrt{5}$

$\boxed{f(x) = x^2 + \sqrt{5}}$



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

$\alpha + \beta = 1$, $\alpha \cdot \beta = 1$ (iv) 1,1

अत: द्विघात बहुपद :

$f(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha \cdot \beta$

$\boxed{f(x) = x^2 - x + 1}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

$\alpha + \beta = -\frac{1}{4}$. $\alpha \cdot \beta = \frac{1}{4}$

(v) $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

$f(x) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta$

$f(x) = x^2 - \left(\frac{-1}{4}\right)x + \frac{1}{4}$

$f(x) = x^2 + \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$

mg

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.2

(vi) 4, 1

$\alpha + \beta = 4$ | $\alpha \cdot \beta = 1$

$\frac{-b}{a} = \frac{4}{1}$ | $\frac{c}{a} = \frac{1}{1}$

द्विघात बहुपद :

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(x) = x^2 - 4x + 1$

तुलना करने पर :

$a = 1$, $-b = 4$, $c = 1$

$b = -4$