Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित



अध्याय – 3

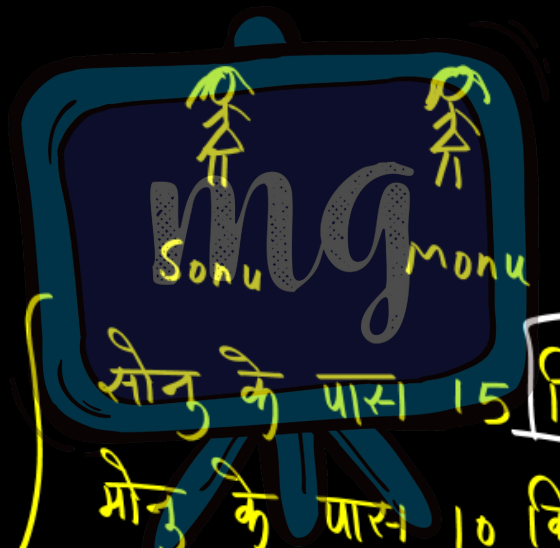
आव्यूह (Matrix)

भाग – 1

केशव शर्मा

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



सोनु के पास 15 किताबें और 12 पेन हैं।

मोनु के पास 10 किताबें और 10 पेन हैं।

दोनु के पास 16 किताबें और 21 पेन हैं।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

किताबें पेन

स्तम्भ 1

स्तम्भ (n) 1 2

सोनु

मोनु

टोनु

(m)

पंक्ति-1 → 15 → 12

पंक्ति-2 → 10 → 10

पंक्ति-3 → 16 → 21

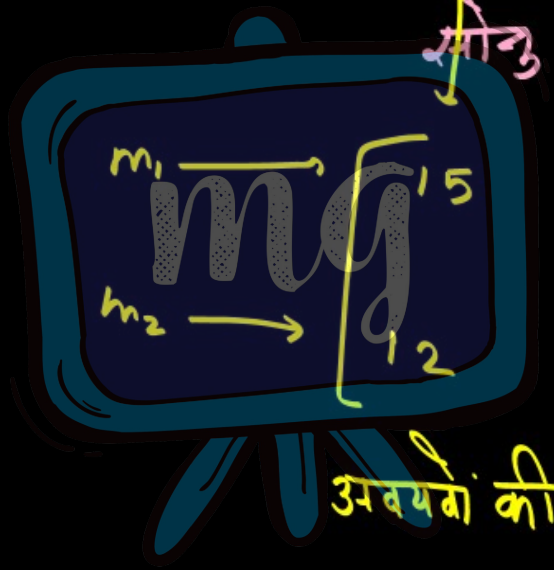
m × n
3 × 2

पंक्तियाँ = 3

स्तम्भ = 2

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



किताबें

पेन

n_1 मोनु

n_2 मोनु

n_3 टोनु

10 16

10 21

m × n

2 × 3

अवयवों की संख्या = m × n

= 2 × 3 = 6

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

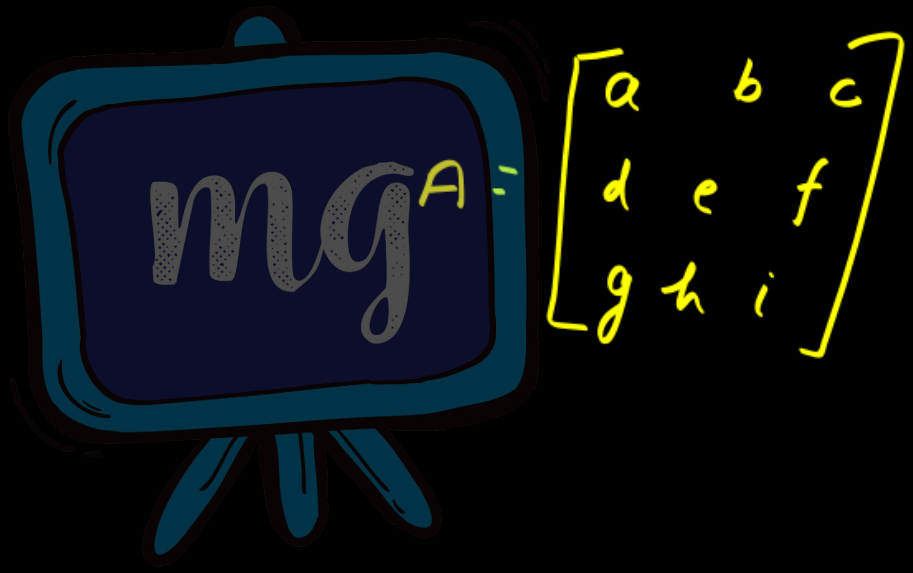
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

1. आव्यूह (Matrix) : संख्याओं की पंक्तियों एंव स्तम्भों में सुनिश्चित आयताकार व्यवस्था को आव्यूह (Matrix) कहते है। इस आयताकार व्यवस्था को प्रायः छोटे ( ) या बड़े [ ] कोष्टकों में बंद किया जाता है।

किसी आव्यूह (Matrix) प्रायः बड़े अक्षर A, B, C ..... आदि से तथा उसके अवयवों को छोटे अक्षरों a, b, c, x, y, ... आदि से व्यक्त करते है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan® LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}_{2\times 3}$

2×3

3×2

matrix की कोटी = 2×3
(आव्यूह)

पंक्ति = 3

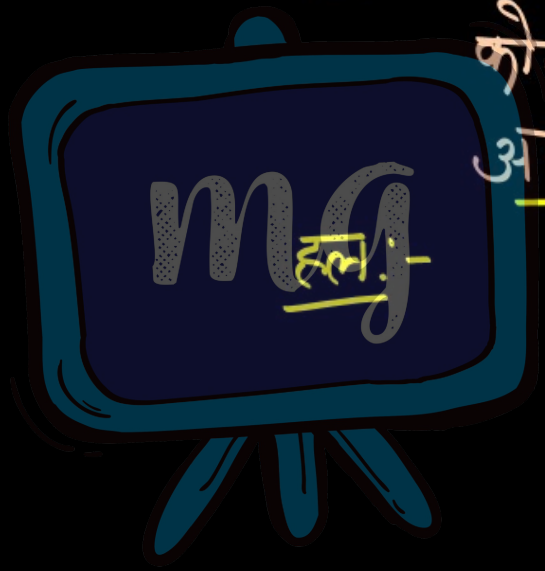
स्तम्भ = 2

अवयवों की संख्या = 2×3 = 6

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

Q. यदि किसी आव्यूह की कोटी 12 है तो सम्भव आव्यूहों की संख्या क्या होगी ?



हल :-

1×12 $\quad$ 3×4

12×1 $\quad$ 4×3

2×6

6×2

आव्यूहों की संख्या 6 होगी।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



प्र. यदि आव्यूह की कोटी 16 हो तो –

हल :-

1×16

16×1

2×8

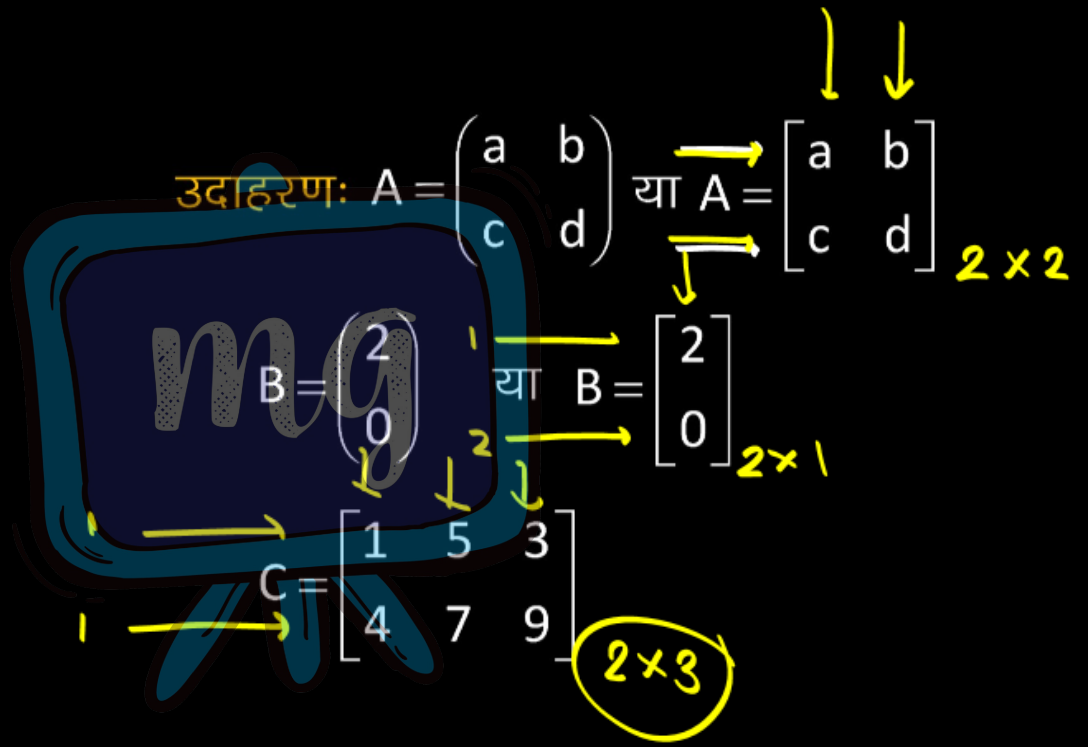
8×2

4×4

5

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

2. आव्यूह की कोटि [Order of a matrix] :

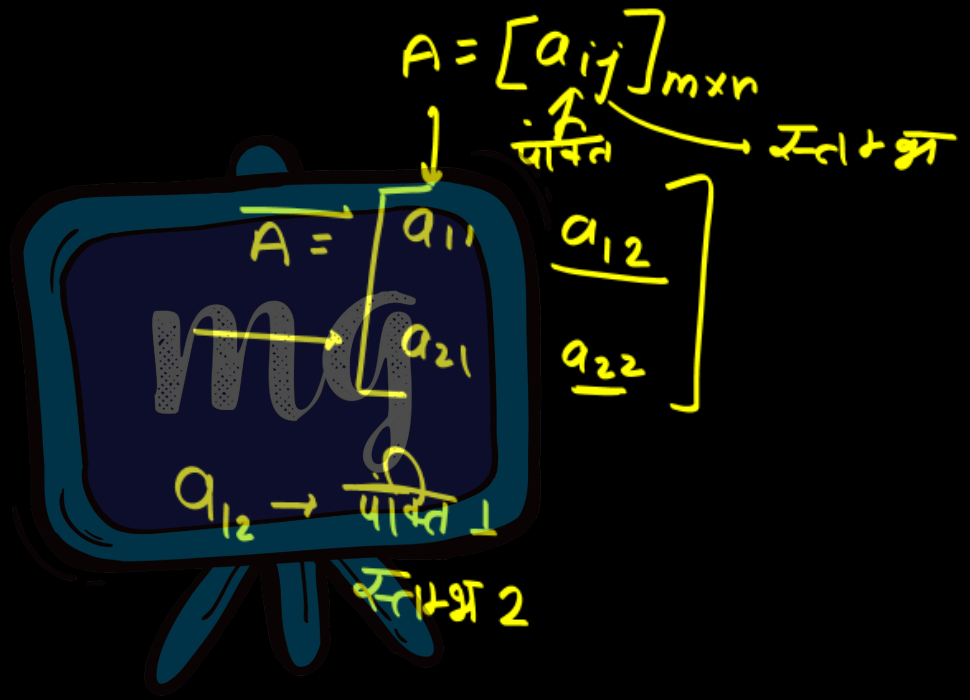
यदि किसी मैट्रिक्स A में m पंक्ति एंव n स्तम्भ हो तो इसे $m \times n$ कोटि (या क्रम) का मेट्रिक्स कहते हैं।

जिसे $A_{m \times n}$ या $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ से व्यक्ति करते हैं।

Note : $m \times n$ कोटि के आव्यूह (matrix) में अवयवों की संख्या mn होती हैं।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

3. आव्यूह का निरूपण [Representation of a matrix]: $m \times n$ कोटि के किसी मैट्रिक्स A को प्रायः निम्न प्रकार प्रदर्शित करते हैं।

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}.....a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23}.....a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3}.....a_{m\times n} \end{bmatrix}_{m\times n}$$

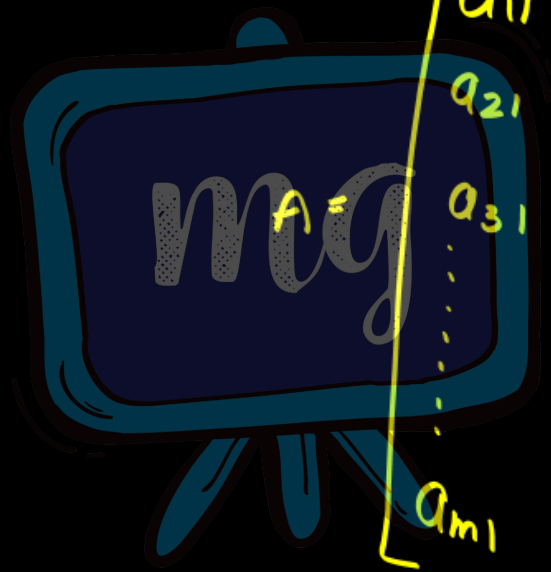
या $A = [a_{ij}]_{m\times n}$

या $A = [a_{ij}]$ जहाँ i = 1, 2, 3..... m

j = 1, 2, 3.....n

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

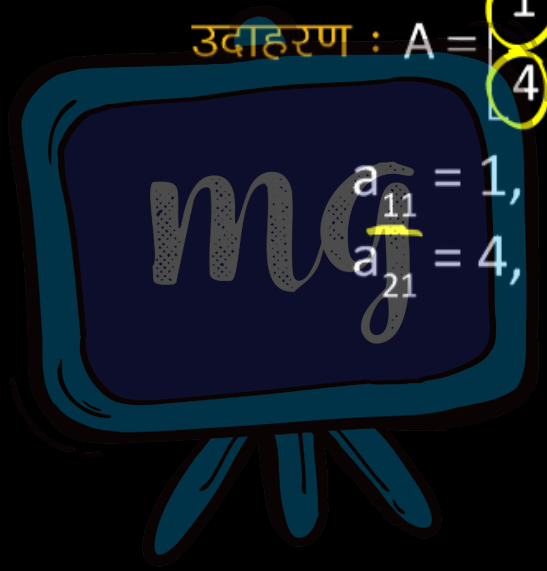


$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & & & & \\ \vdots & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$



$a_{11} = 1, \quad a_{12} = 2, \quad a_{13} = 3$

$a_{21} = 4, \quad a_{22} = 5, \quad a_{23} = 6$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

Q. $A = [a_{ij}]_{3\times 2}$ (m, n)

$a_{ij} = 2i - j$

हल. -

$a_{ij} = 2i - j$

a_{11} के लिए

$i = 1, j = 1$

$a_{11} = 2\times 1 - 1 = 2 - 1 = 1$

$a_{11} = 1$

a_{12} के लिए $i = 1, j = 2$

$a_{12} = 2\times 1 - 2 = 2 - 2 = 0$

$a_{12} = 0$

$a_{21} = 2\times 2 - 1$

$= 4 - 1 = 3$

$a_{21} = 3$

$a_{22} = 2\times 2 - 2$

$= 4 - 2 = 2$

$a_{22} = 2$

$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}_{3\times 2}$

$a_{31} = 2\times 3 - 1$

$= 6 - 1$

$a_{31} = 5$

$a_{32} = 2\times 3 - 2$

$= 6 - 2$

$a_{32} = 4$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

4. आव्यूह की समता [Equility of matrices]

दो मैट्रिक्स $A = [a_{ij}]$ तथ $B = [b_{ij}]$ समान मैट्रिक्स कहलाते है यदि

(i) A की कोटि = B की कोटि

(ii) $a_{ij} = b_{ij}$ $\forall$ i तथा j अर्थात दोनों के संगत अवयव समान हों।

$a_{11} = b_{11}$

$a_{21} = b_{21}$

$a_{12} = b_{12}$

$a_{22} = b_{22}$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

Q. यदि $A = B$ तो x व y के मान ज्ञात कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} x+1 & 6 \\ 5 & y-3 \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

$$B = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

हल:-

$A = B$

$$\begin{bmatrix} x+1 & 6 \\ 5 & y-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$x+1 = 8$

$x = 8-1$

$x = 7$

$y-3 = 4$

$y = 4+3$

$y = 7$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

Q यदि $A = B$ तो a, b व c के मान ज्ञात कीजिए -

$$A = \begin{bmatrix} 2a+1 & 3 \\ 3b-2 & 5 \\ -7 & 2-\frac{c}{2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 5 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$$

हल :-

$$A = B$$

$$\begin{bmatrix} 2a+1 & 3 \\ 3b-2 & 5 \\ -7 & 2-\frac{c}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 5 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$$

$2a+1 = 5$

$2a = 5-1$

$2a = 4$

$a = 2$

$3b-2 = 7$

$3b = 7+2$

$3b = 9$

$b = \frac{9}{3}$

$b = 3$

$2-\frac{c}{2} = 4$

$-\frac{c}{2} = 4-2$

$-\frac{c}{2} = 2$

$-c = 2 \times 2$

$-c = 4$

$c = -4$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



यदि A एक 2×3 की आव्यूह है तथा B एक 3×2 की आव्यूह है तो क्या $A = B$?

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



यदि $A = B$ तो x, y व z का मान ज्ञात कीजिए-

$$A = \begin{bmatrix} 2x+5 & 2y \\ 5 & x+1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 17 & 10 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$