कक्षा-10

वास्तविक संख्याएँ

Real Numbers

अध्याय - 1

भाग - 4

प्रश्नावली 1.2

By : Rajendra Yadav Sir

उदाहरण 5. $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

माना $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$, $p, q \in z$ व $q \neq 0$

अब, $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ यहाँ a व b सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

$\Rightarrow a = \sqrt{3}\, b$

दोनों तरफ वर्ग करने पर:

$$a^2 = (\sqrt{3}\, b)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 3b^2 \quad \text{——} (1)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{3} = b^2$$

अतः a^2, 3 से विभाजित होता है।

$\Rightarrow$ a भी 3 से विभाजित होगा।

$$\Rightarrow a = 3k \quad \text{——} (2)$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

समी (2) को समी (1) में रखने पर :

$$a^2 = 3b^2$$

$$\Rightarrow (3k)^2 = 3b^2$$

$$\Rightarrow 9k^2 = 3b^2$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{3b^2}{9_3}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{b^2}{3}$$

अतः b^2, 3 से विभाजित होता है।

$\Rightarrow$ b भी 3 से विभाजित होगा।

अतः a व b दोनो में उक्त सभ्यनिष्ठ गुणनखण्ड विद्यमान है।

⇒ a व b दोनो सहअभाज्य संख्याएँ नहीं हैं।

अतः हमारी परिकल्पना गलत है।

इसलिए √2 एक अपरिमेय संख्या है।

इति सिद्धम्।

अपरिमेय संख्याएँ

माना $(5-\sqrt{3})$ एक परिमेय संख्या है।

उदाहरण 6. दर्शाइए कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अत: $5-\sqrt{3} = \frac{p}{q}$; $p, q \in z$ व $q \neq 0$

$\Rightarrow 5-\sqrt{3} = \frac{a}{b}$; a व b दोनो सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

$$\Rightarrow 5 - \sqrt{3} = \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{a}{b} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{5b - a}{b} = \sqrt{3}$$

यहाँ a व b दोनो पूर्णांक संख्याएँ हैं;

अत: $\frac{5b - a}{b}$ एक परिमेय संख्या है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

परन्तु हम सिद्ध कर चुके हैं कि,

$\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः यहाँ एक परिमेय संख्या, एक अपरिमेय संख्या के बराबर हो रही है, जो कि एक विरोधाभास है।

इसलिए हमारी परिकल्पना गलत साबित हुई।

अतः $(5-\sqrt{3})$ एक अपरिमेय संख्या है।

इति सिद्धम्।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अपरिमेय संख्याएँ

माना $3\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

उदाहरण 7. दर्शाइए कि $3\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः $3\sqrt{2} = \frac{p}{q}$; p व $q \in Z$, $q \neq 0$

अब, $3\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ यहाँ a व b दोनो सहअभाज्य संख्याएँ हैं।

$\Rightarrow \quad 3\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{2} = \frac{a}{3b}$

यहाँ $\frac{a}{3b}$ एक परिमेय संख्या है।

परन्तु $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ एक अपरिमेय संख्या, एक परिमेय संख्या
के बराबर हो रही है, जो कि एक
विरोधाभास है।

अतः हमारी परिकल्पना गलत है।

इसलिए $3\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

इति सिद्धम्।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

1. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

माना $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; $p, q \in Z$ व $q \neq 0$

अब, $\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ यहाँ a व b दोनों सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

$\Rightarrow \quad a = \sqrt{5}\ b$

दोनों तरफ वर्ग करने पर:

$$a^2 = 5\,b^2 \quad \text{——} (1)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{5} = b^2$$

अतः a^2, 5 से विभाजित होता है।

$\Rightarrow$ a भी 5 से विभाजित होगा।

$\Rightarrow \quad a = 5k \quad \text{——} (2)$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

समी. ① व ② से:

$(5k)^2 = 5b^2$

$\Rightarrow 25k^2 = 5b^2$

$\Rightarrow k^2 = \frac{5b^2}{25}$

$\Rightarrow k^2 = \frac{b^2}{5}$

अतः b^2, 5 से विभाजित होता है।

$\Rightarrow$ b भी 5 से विभाजित होगा।

अतः a व b दोनों में 5 का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड विद्यमान है।

अतः अपनी परिकल्पना गलत है।

इसलिए $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

इति सिद्धम्।