RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# CLASS 10th | MATHS

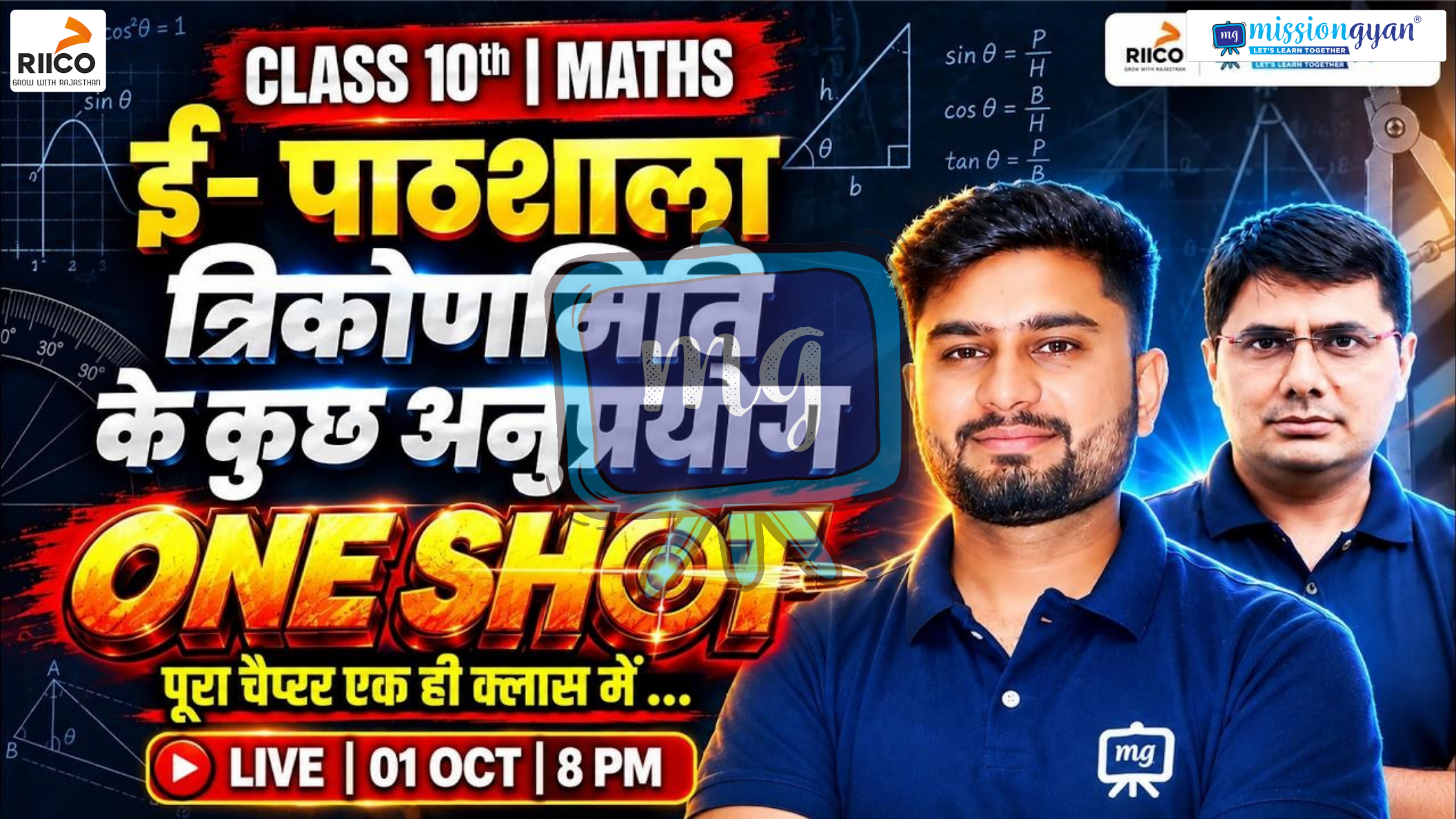
# ई- पाठशाला

# त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

## ONESHOT

पूरा चैप्टर एक ही क्लास में ...

LIVE | 01 OCT | 8 PM



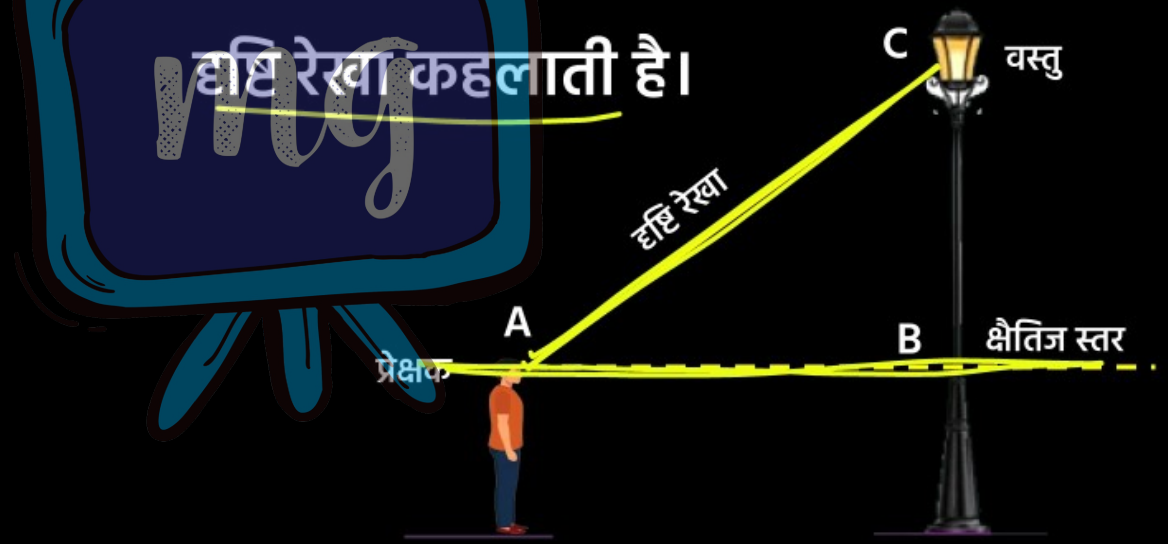

mg

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# दृष्टि रेखा (Line of Sight)

प्रेक्षक की आँख से वस्तु को मिलाने वाली रेखा, दृष्टि रेखा कहलाती है।

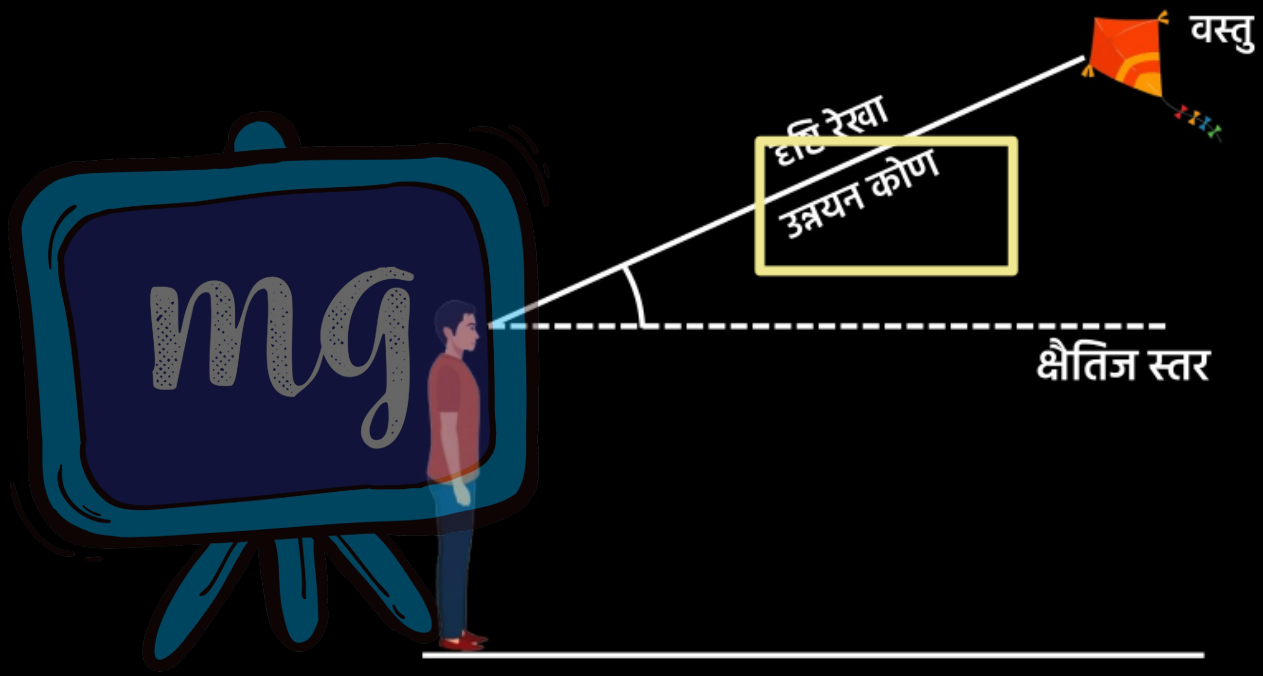


RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

## उन्नयन कोण (Angle of Elevation)

यदि कोई वस्तु आँख से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा के ऊपर स्थित हो तो दृष्टि रेखा एवं क्षैतिज रेखा के मध्य बना कोण **उन्नयन कोण या उन्नति कोण या उन्नताश कोण** कहलाता है।


वस्तु
दृष्टि रेखा
उन्नयन कोण
क्षैतिज स्तर

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

## ध्यान दें :

- **सूर्य का उन्नयन कोण :** किसी भी वस्तु के उच्चतम बिन्दु को उसके छाया (परछाई) के अन्तिम बिन्दु से मिलाने वाली रेखा तथा धरातल के मध्य बनने वाला कोण सूर्य का उन्नयन कोण कहलाता है।
- किसी निश्चित समय पर सभी वस्तुओं के लिए सूर्य का उन्नयन कोण समान होता है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

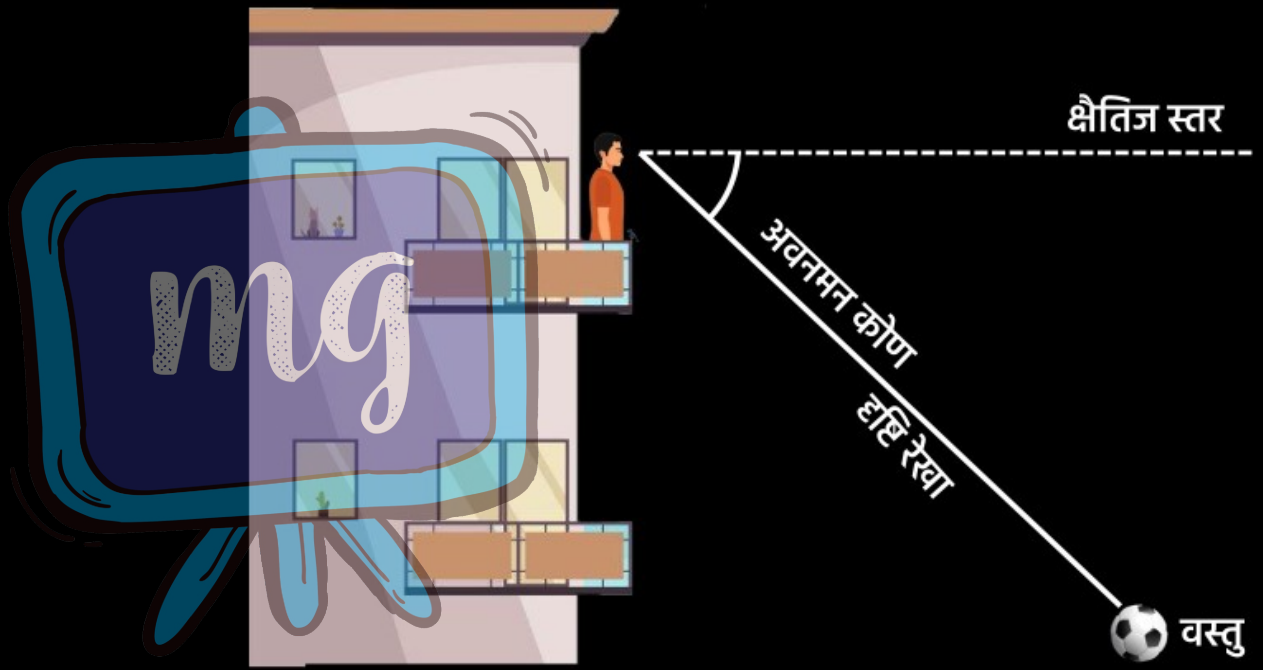


RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

## अवनमन कोण (Angle of Depression)

यदि कोई वस्तु आँख से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा के नीचे स्थित हो तो क्षैतिज रेखा एवं दृष्टि रेखा के मध्य बनने वाला कोण अवनमन कोण कहलाता है।


क्षैतिज स्तर
अवनमन कोण
दृष्टि रेखा
वस्तु

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

## ध्यान दें :

- जैसे-जैसे हम वस्तु के पास आते हैं, वैसे–वैसे उन्नयन कोण (अवनमन कोण), का मान बढ़ता जाता है।
- उन्नयन और अवनमन कोण हमेशा न्यूनकोण होते हैं।

| $\angle A$ | $0°$ | $30°$ | $45°$ | $60°$ | $90°$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin A$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ |
| $\cos A$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ |
| $\tan A$ | $0$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $1$ | $\sqrt{3}$ | अपरिभाषित |

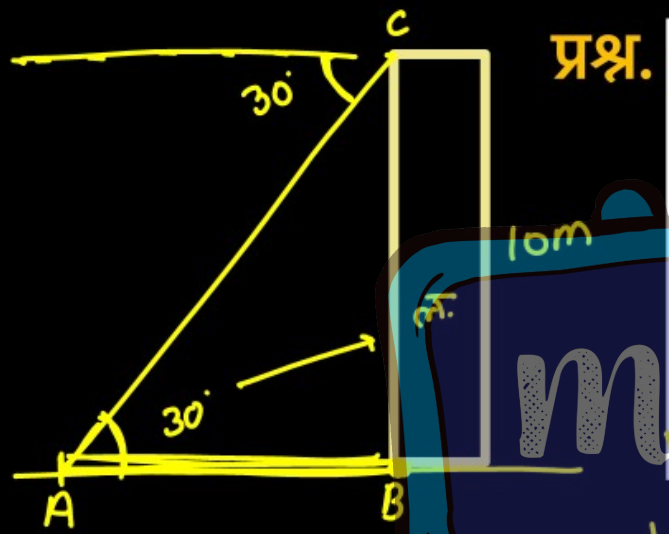
**प्रश्न.** जब वस्तु प्रेक्षक की आँख के क्षैतिज स्तर से ऊपर हो, तब दृष्टि–रेखा और क्षैतिज रेखा के बीच बना कोण कहलाता है–

(अ) अवनमन कोण (ब) समकोण

(स) उन्नयन कोण (द) पूरक कोण

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




**प्रश्न.** 10 मीटर ऊँची मीनार के शीर्ष से भूमि के एक बिन्दु का अवनमन कोण 30° है। बिन्दु की मीनार के आधार से दूरी है–

(अ) $\frac{10}{\sqrt{3}}$ मीटर (ब) 10 मीटर

(स) $10\sqrt{3}$ मीटर (द) 20 मीटर

$\tan\theta = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$

$\tan A = \frac{BC}{AB}$

$\tan 30° = \frac{10}{AB}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AB}$

$AB = 10\sqrt{3}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

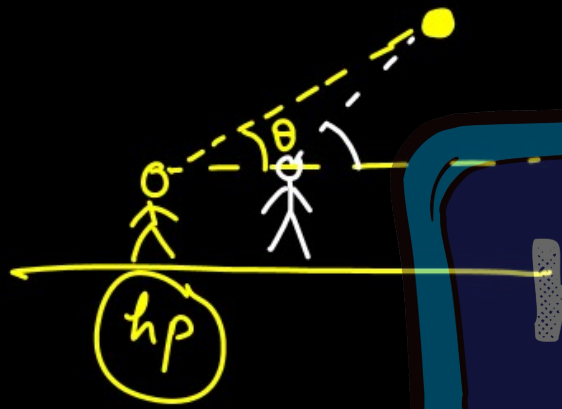
**प्रश्न.** स्थिर ऊँचाई वाली वस्तु का उन्नयन कोण बढ़ता है, तो प्रेक्षक सामान्यतः –

(अ) वस्तु से दूर जाता है

(ब) वस्तु के निकट आता है

(स) स्थिर रहता है

(द) ऊँचाई बदलता है




mg

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

LALL
KKA

**प्रश्न.** ड्रोन किसी बिन्दु से $5\sqrt{3}$ मीटर क्षैतिज दूरी और 5 मीटर उर्ध्वाधर ऊँचाई पर है। उस बिन्दु से ड्रोन का उन्नयन कोण है–

(अ) 30° (ब) 45°

(स) 60° (द) 90°

$\tan\theta = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$

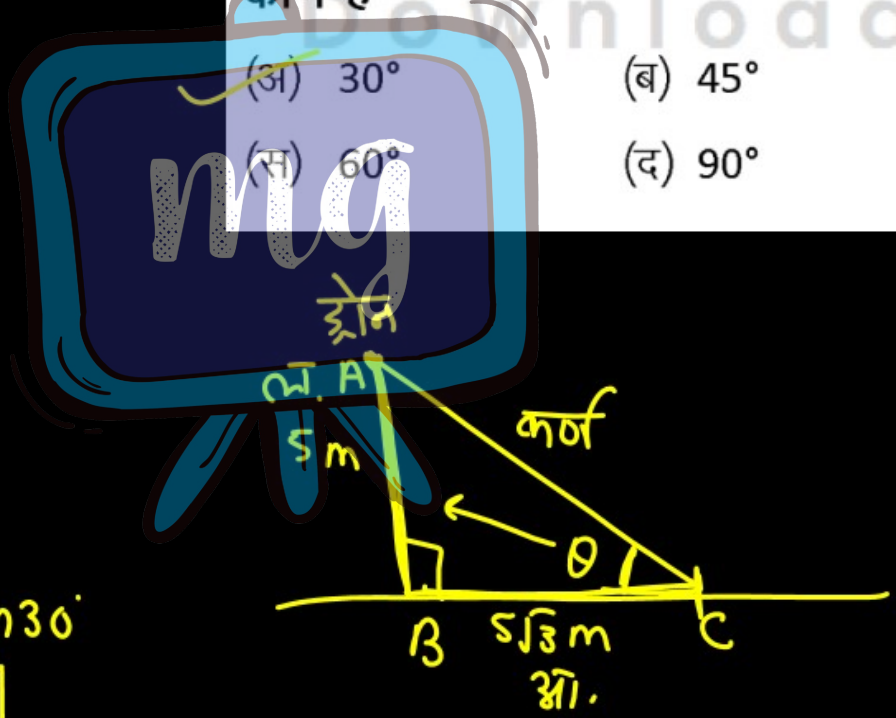
$\tan C = \frac{AB}{BC}$

$\tan C = \frac{5}{5\sqrt{3}}$

$\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan C = \tan 30^\circ$

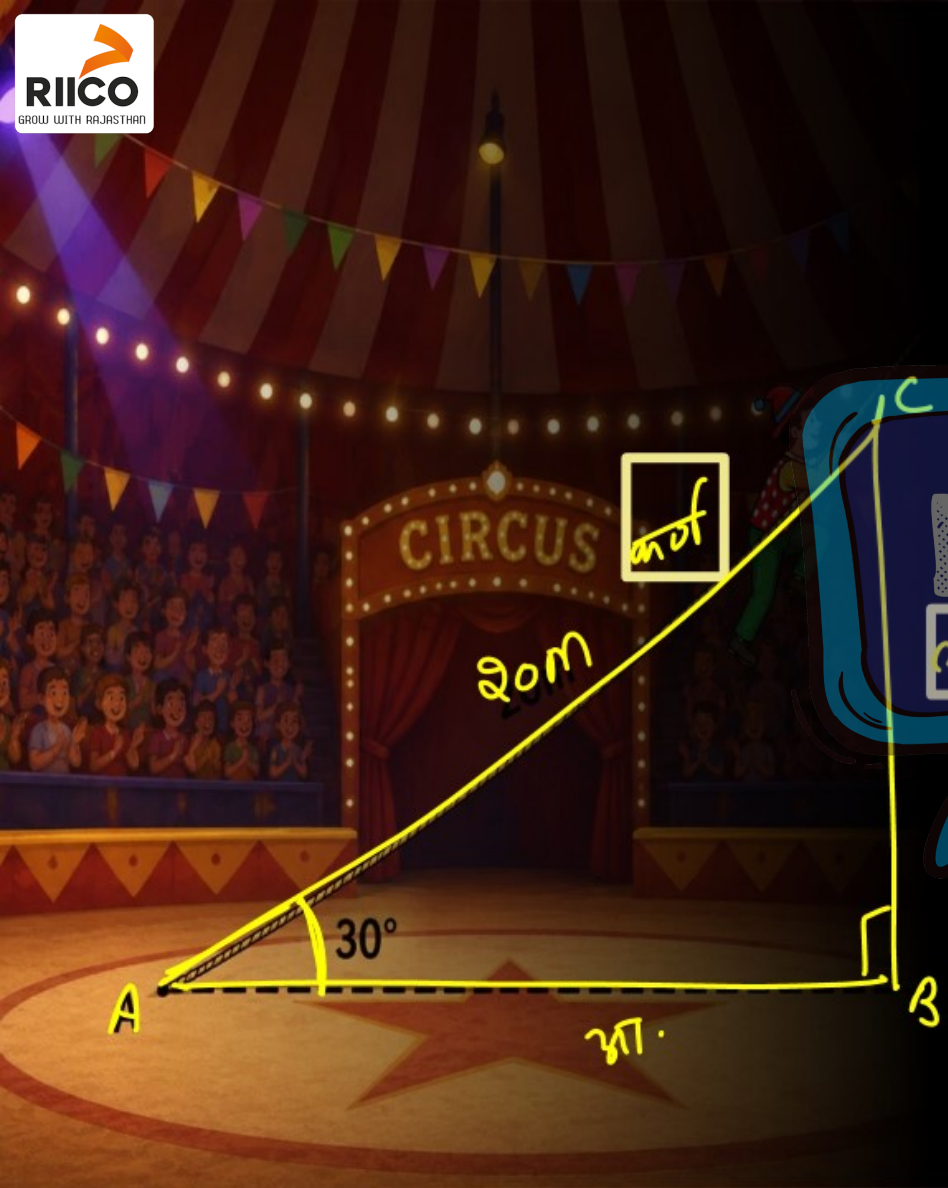
$\Rightarrow \boxed{C = 30^\circ}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

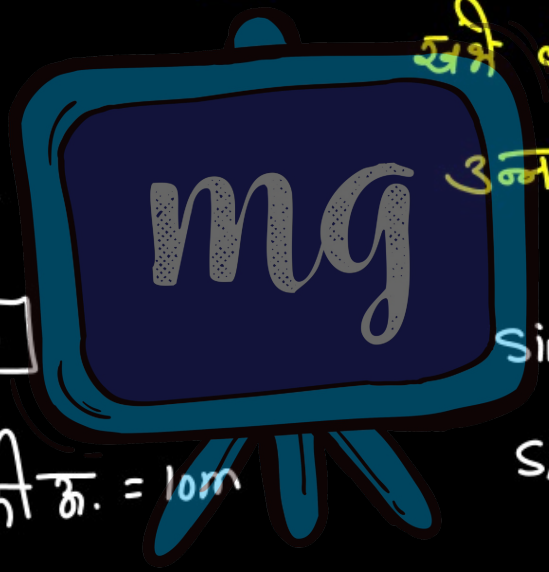
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

**प्रश्न.** सर्कस का एक कलाकार एक 20m लंबी डोर पर चढ़ रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है और भूमि पर सीधे लगे खंभे के शिखर से बंधा हुआ है। यदि भूमि स्तर के साथ डोर द्वारा बनाया गया कोण 30° का हो तो खंभे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति)।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




**हल:-** डोरी की लं. (AC) = 20m

खंभे की ऊँचाई (BC) = ?

उन्नयन कोण = 30°

$\sin\theta = \frac{\text{लं.}}{\text{कर्ण}}$

$\sin A = \frac{BC}{AC}$

$\sin 30° = \frac{BC}{20}$

$\frac{1}{2} = \frac{BC}{20}$

$\frac{20}{2} = BC$

$BC = 10$

अतः खंभे की ऊ. = 10m

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



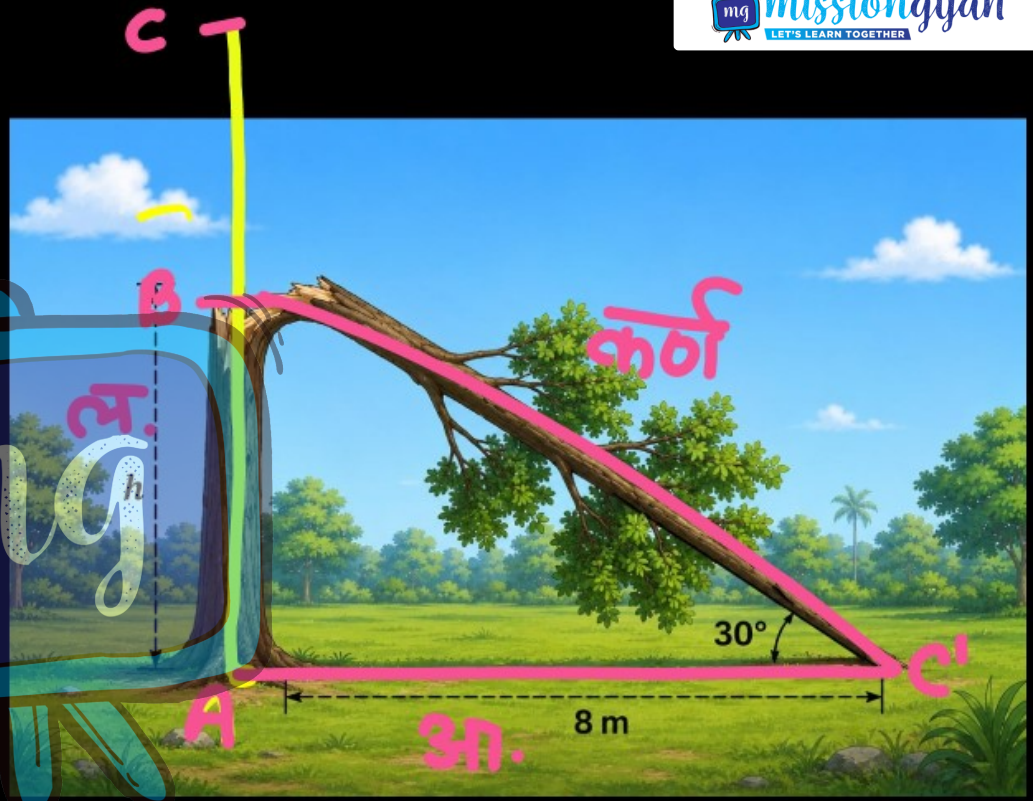

**प्रश्न.** आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और इसके साथ 30° का कोण बनाता है। पेड़ के पाद-बिंदु की दूरी, जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है, 8m है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

पेड़ के पाद से शिखर तक की दूरी $(AC') = 8m$

उन्नयन कोण $= 30^\circ$



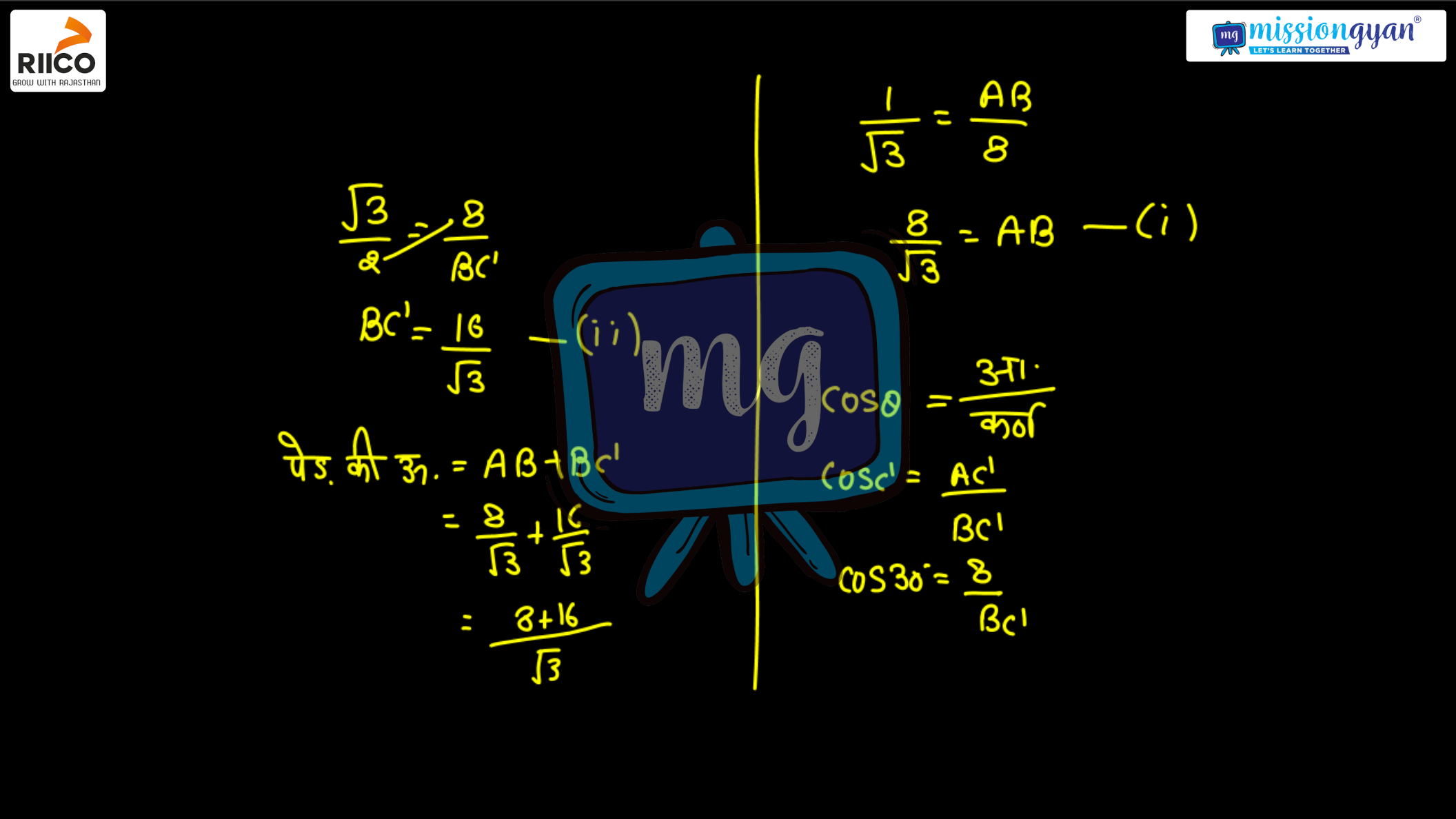

$$\tan\theta = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$$

$$\tan C' = \frac{AB}{AC'}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{8}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




$= \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{8 \times 3\sqrt{3}}{3}$

पेड़ की ऊँ. $= 8\sqrt{3}$ m

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




**प्रश्न.** भूमि से 60 m की ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है। पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिंदु से बांध दिया गया है। भूमि के साथ डोरी का झुकाव 60° है। यह मानकर कि डोरी में कोई ढील नहीं है, डोरी की लंबाई ज्ञात कीजिए।

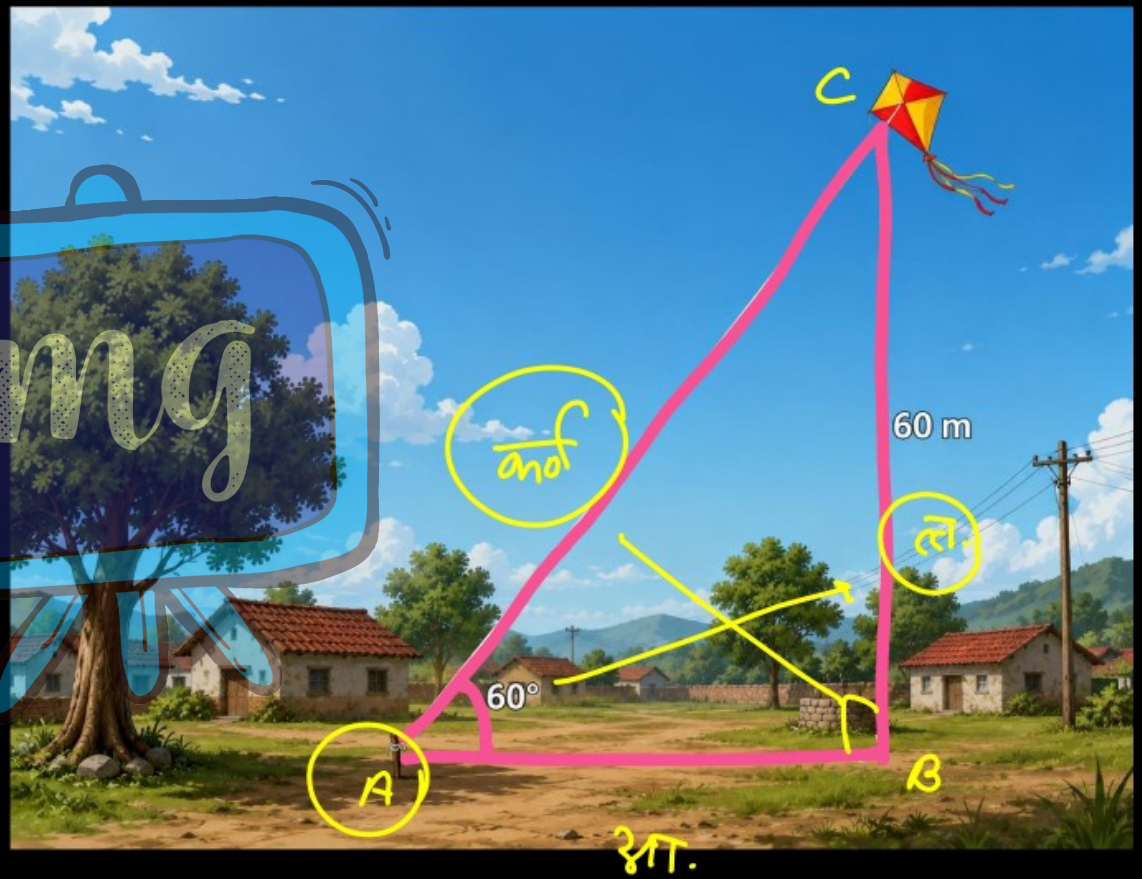
पतंग की ऊ.(BC) = 60m

डोरी की ल. (AC) = ?

उन्नयन कोण = 60°

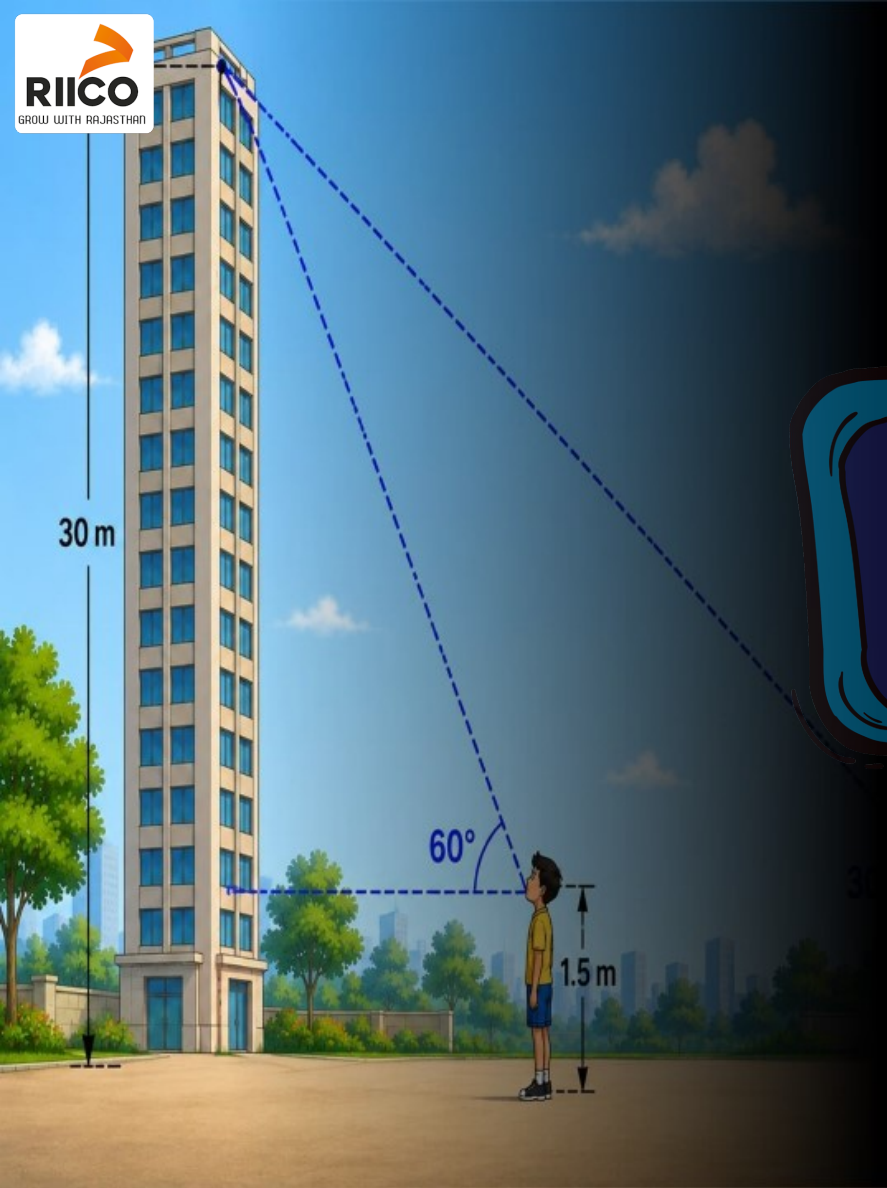
$\sin\theta = \frac{\text{लं.}}{\text{कर्ण}}$

$\sin A = \frac{BC}{AC}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




**प्रश्न.** 1.5 m लंबा एक लड़का 30m ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा है। जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° से 60° हो जाता है। बताइए कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

लड़के की ऊ. = 1.5 m

भवन की ऊँचाई = 30m

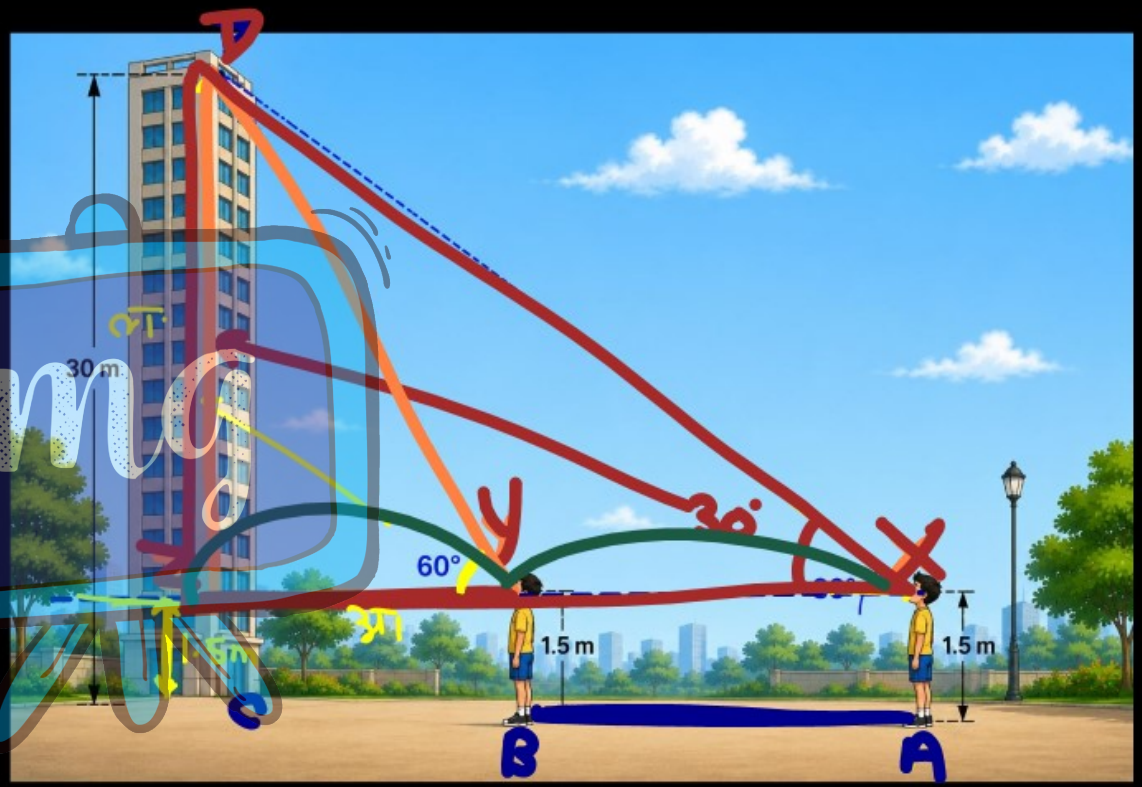
$ZD = 30 - 1.5$

$ZD = 28.5\,m$

$\Delta YZD$ में

$$\tan\theta = \frac{\text{सा.}}{\text{आ.}}$$

$$\tan y = \frac{28.5}{YZ}$$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$\tan 60^\circ = \frac{28.5}{yz}$

$\sqrt{3} = \frac{28.5}{yz}$

$yz = \frac{28.5}{\sqrt{3}}$

$\tan 30^\circ = \frac{28.5}{zx}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{zx}$

$zx = 28.5\sqrt{3}$

$xy + yz = 28.5\sqrt{3}$

$xy + \frac{28.5}{\sqrt{3}} = 28.5\sqrt{3}$



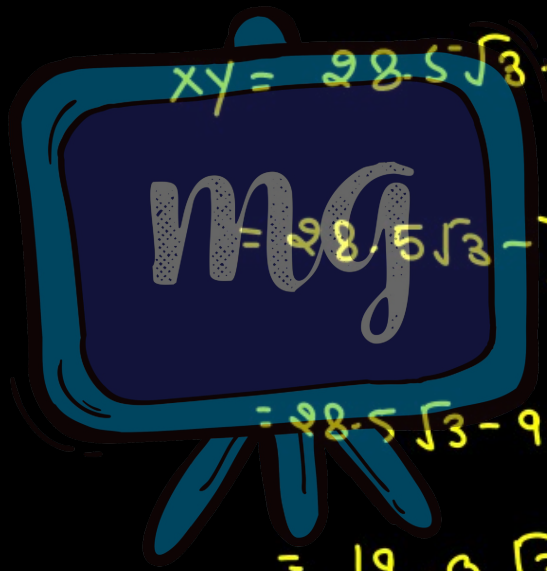

$\Delta$ zxD में

$\tan\theta = \frac{\text{सा.}}{\text{आ.}}$

$\tan x = \frac{28.5}{zx}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




$$XY = 28.5\sqrt{3} - \frac{28.5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= 28.5\sqrt{3} - \frac{9.5 \cancel{28.5}\sqrt{3}}{\cancel{3}}$$

$$= 28.5\sqrt{3} - 9.5\sqrt{3}$$

$$= 19.0\sqrt{3}$$

$$\boxed{XY = 19\sqrt{3}\ m}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




**प्रश्न.** भूमि के एक बिंदु से एक 20m ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमश: 45° और 60° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

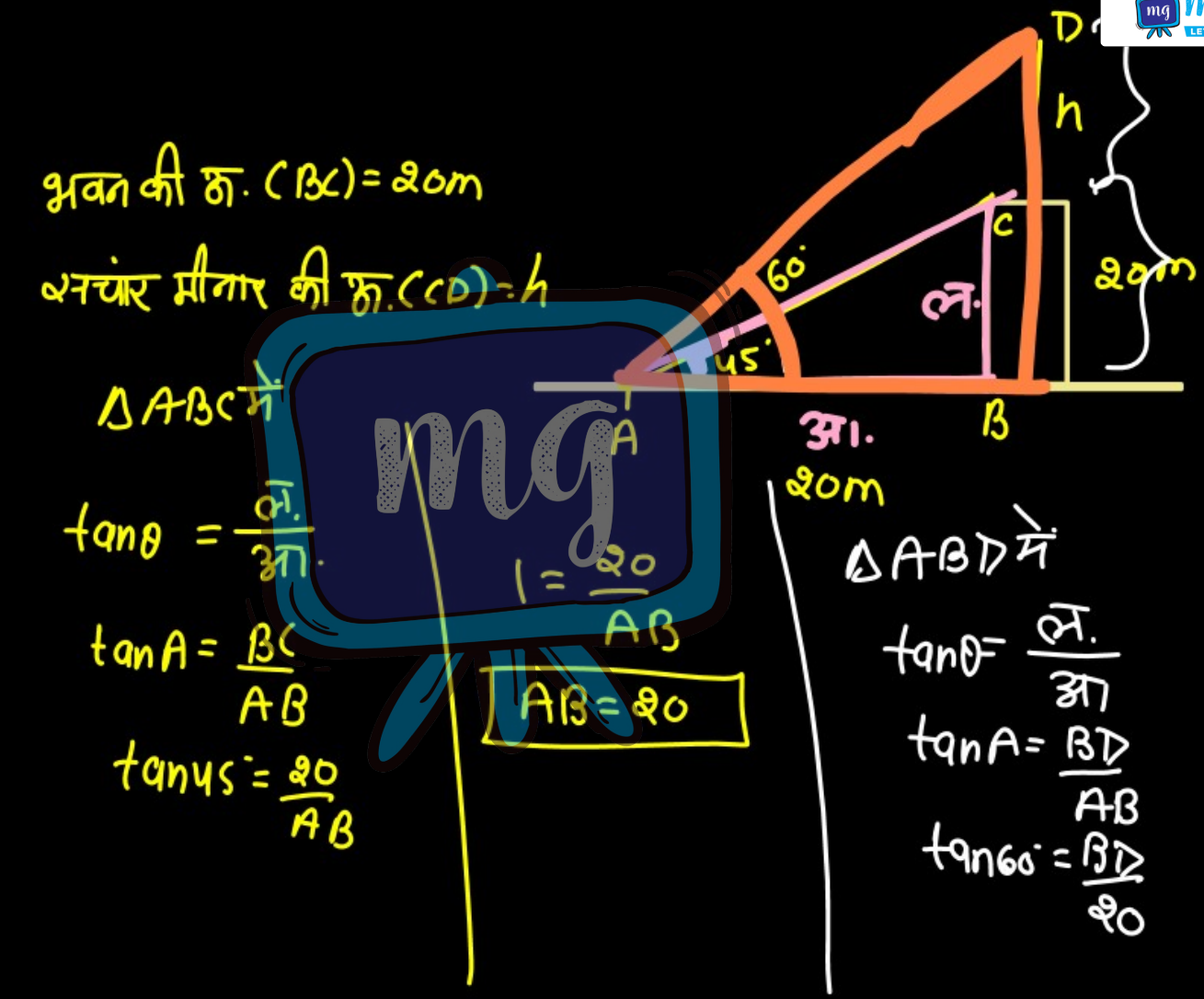
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




भवन की ऊ. (BC) = 20m

स्तंभ मीनार की ऊ. (CD) = h

$\Delta ABC$ में

$\tan\theta = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$

$\tan A = \frac{BC}{AB}$

$\tan 45^\circ = \frac{20}{AB}$

$1 = \frac{20}{AB}$

$AB = 20$

$\Delta ABD$ में

$\tan\theta = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$

$\tan A = \frac{BD}{AB}$

$\tan 60^\circ = \frac{BD}{20}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\sqrt{3} = \frac{BD}{20}$$

$$20\sqrt{3} = BD$$

$$20\sqrt{3} = BC + CD$$

$$20\sqrt{3} = 20 + CD$$

$$20\sqrt{3} - 20 = CD$$

$$\boxed{20(\sqrt{3} - 1) = CD}$$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

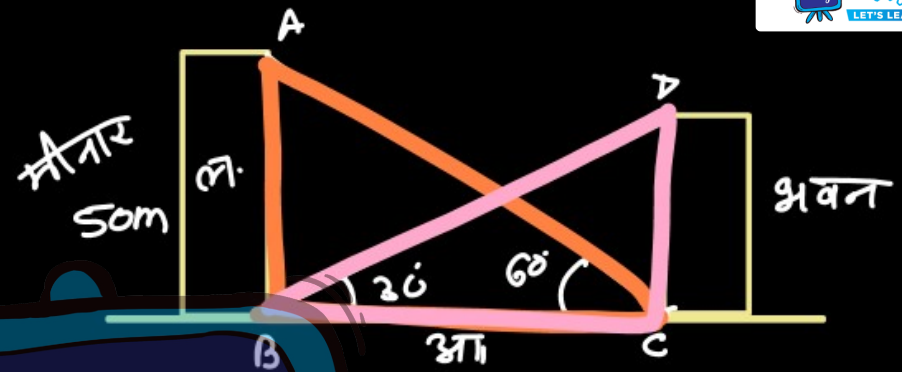
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




**प्रश्न.** एक मीनार के पाद-बिंदु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद-बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50m ऊँची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




$\Delta BCD$ में

$\tan\theta = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$

$\tan 30° = \frac{CD}{BC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{BC}$

$\frac{BC}{\sqrt{3}} = CD$

$\Delta ABC$ में

$\tan\theta = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$

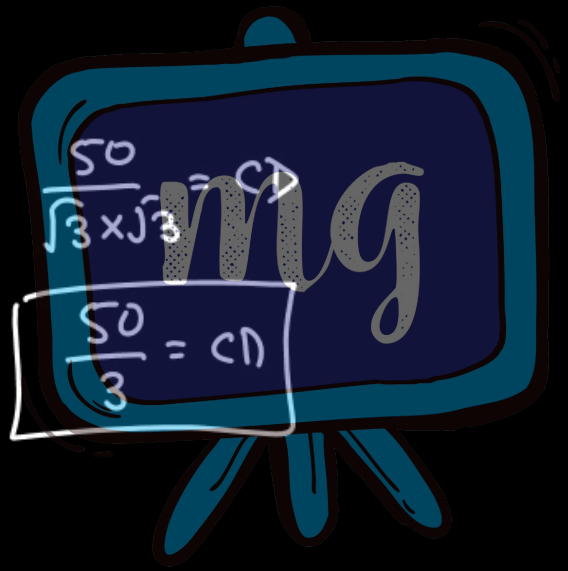
$\tan 60° = \frac{50}{BC}$

$\sqrt{3} = \frac{50}{BC}$

$BC = \frac{50}{\sqrt{3}} \quad -(i)$

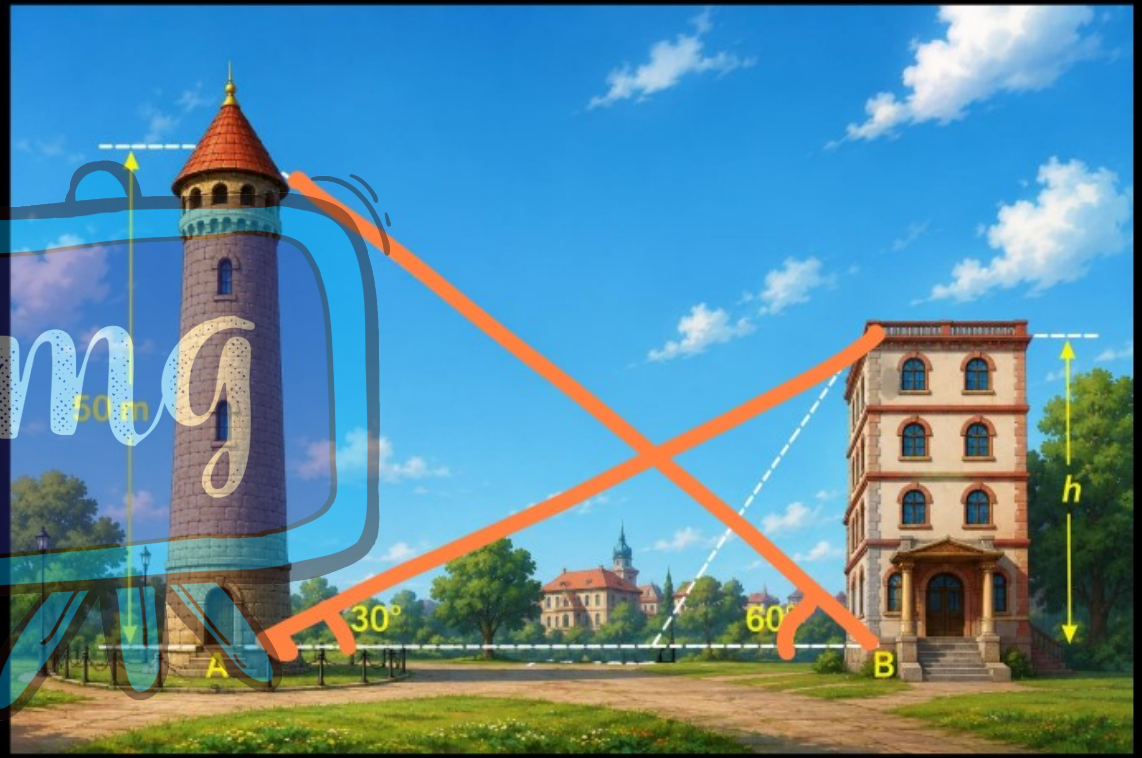
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

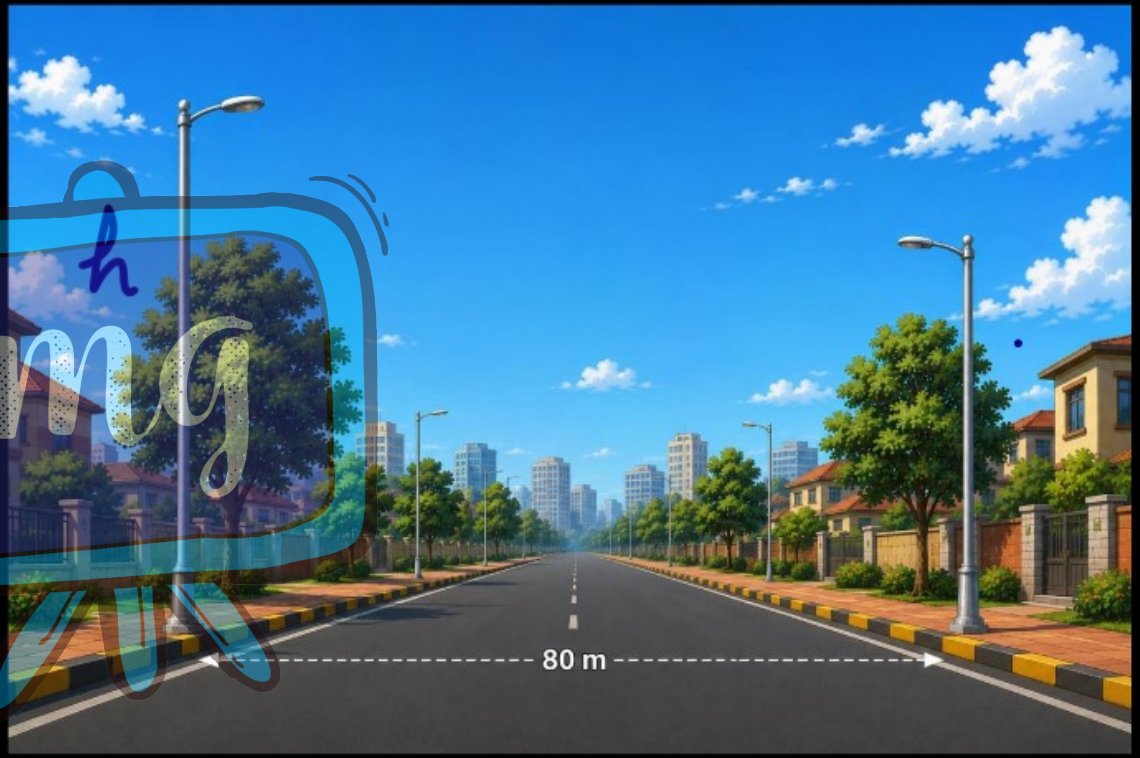
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




**प्रश्न.** एक 80 m चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान लंबाई वाले दो खंभे लगे हुए हैं। इन दोनों खंभों के बीच सड़क के एक बिंदु से खंभों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 30° है। खंभों की ऊँचाई और खंभों से बिंदु की दूरी ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

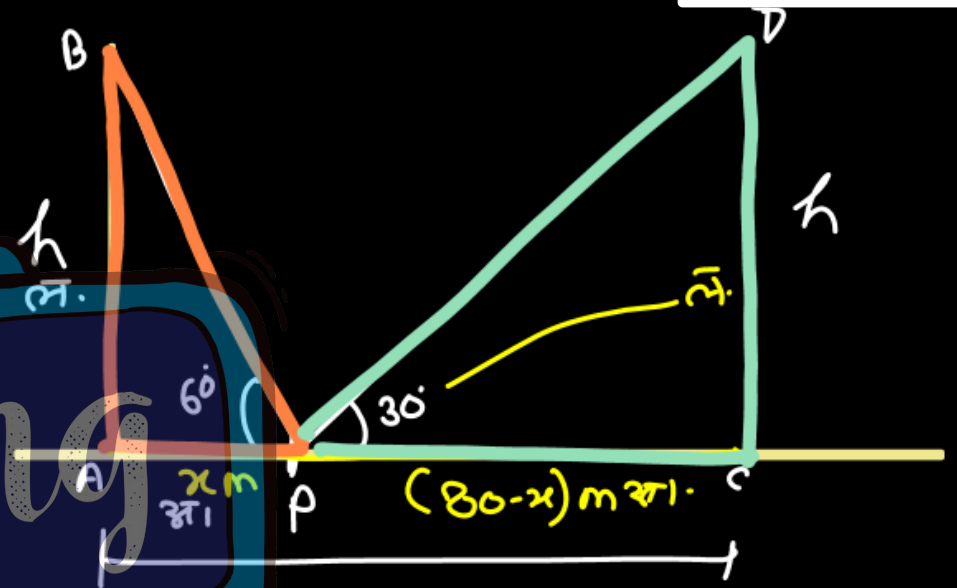
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

माना खंभो की ऊँचाई = h m

खंभो के बीच की दूरी = 80m

माना खंभे AB से बिन्दु P की दूरी x m है।

खंभे कहले दूरी = (80−x) m




△PAB में

$\tan\theta = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$

$\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$

$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$

$\sqrt{3}x = h \quad -(i)$

△PCD में

$\tan\theta = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$

$\tan 30^\circ = \frac{h}{80-x}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$x = 20\,m$

$PC = 80 - x$

$= 80 - 20$

$PC = 60\,m$

x का मान समी (i) में रखने पर

$h = \sqrt{3} \times 20$

$h = 20\sqrt{3}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{80 - x}$

समी (i) से h का मान रखने पर

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{80 - x}$

$80 - x = 3x$

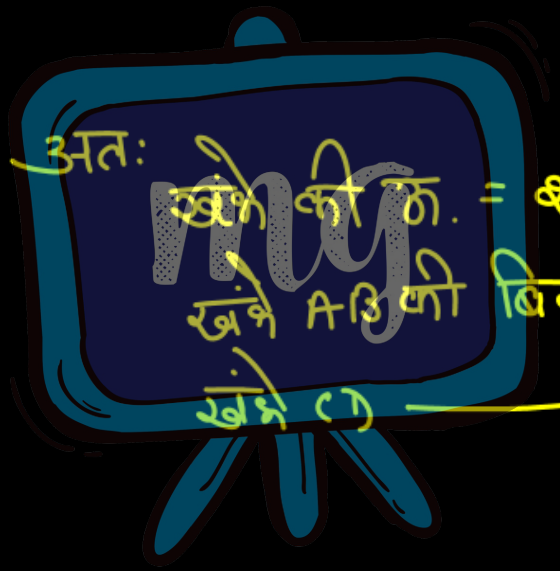
$80 = 3x + x$

$80 = 4x$

$20$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



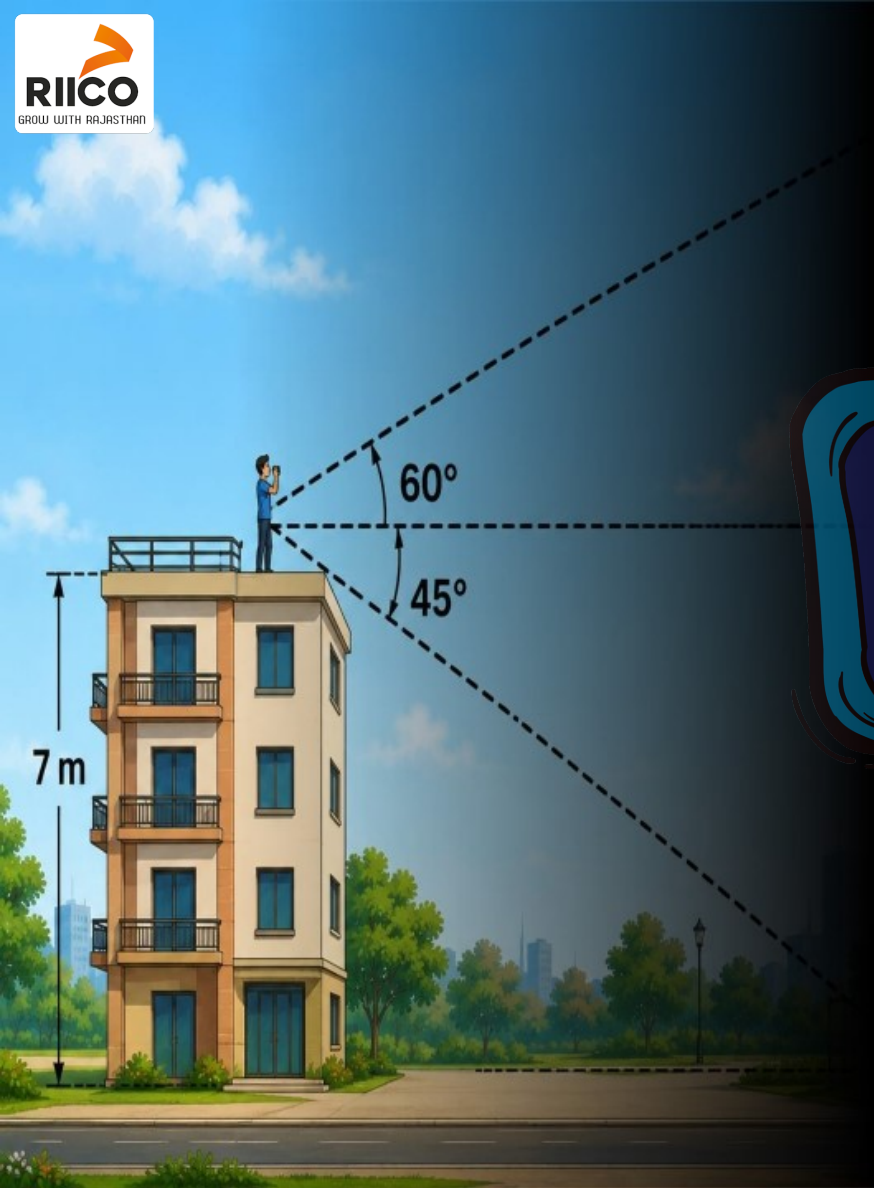
अतः खंभे की ऊ. = $20\sqrt{3}$ m

खंभे AB की बिन्दु P से दूरी = 20 m

खंभे CD = 60 m

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




**प्रश्न.** 7 m ऊँचे भवन के शिखर से एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



**प्रश्न.** समुद्र तल से 75 m ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



**प्रश्न.** एक सीधा राजमार्ग एक मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को 30° के अवनमन कोण पर देखता है जो कि मीनार के पाद की ओर एक समान चाल से जाता है। छः सेकेंड बाद कार का अवनमन कोण 60° हो गया। इस बिंदु से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।

