RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

RIICO
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

12th PHYSICS

ARJUN BATCH

प्रकाश का परावर्तन
Reflection of Light



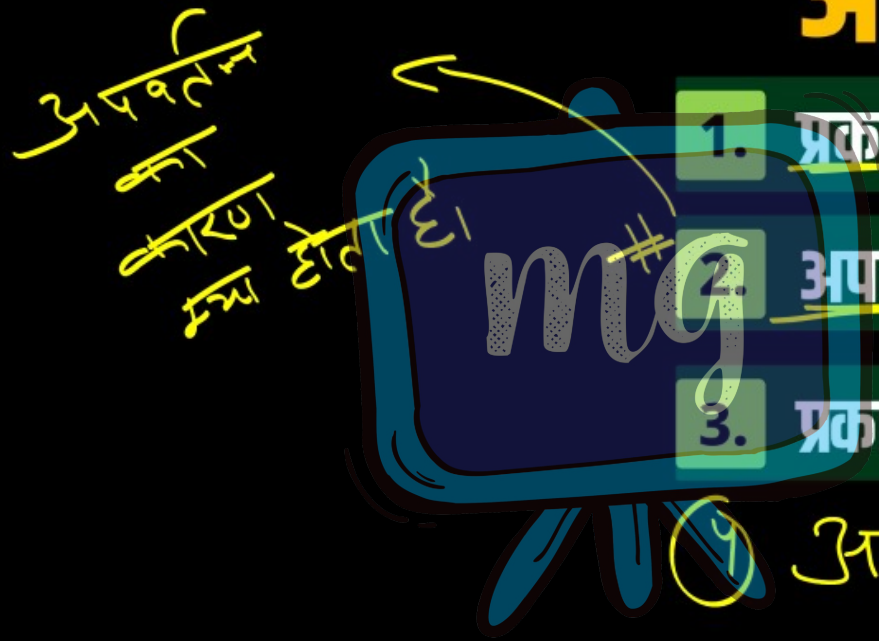
अध्याय-09 | भाग-7

27 अगस्त 2026 || 05:00 PM

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

आज क्या पढेंगे ?

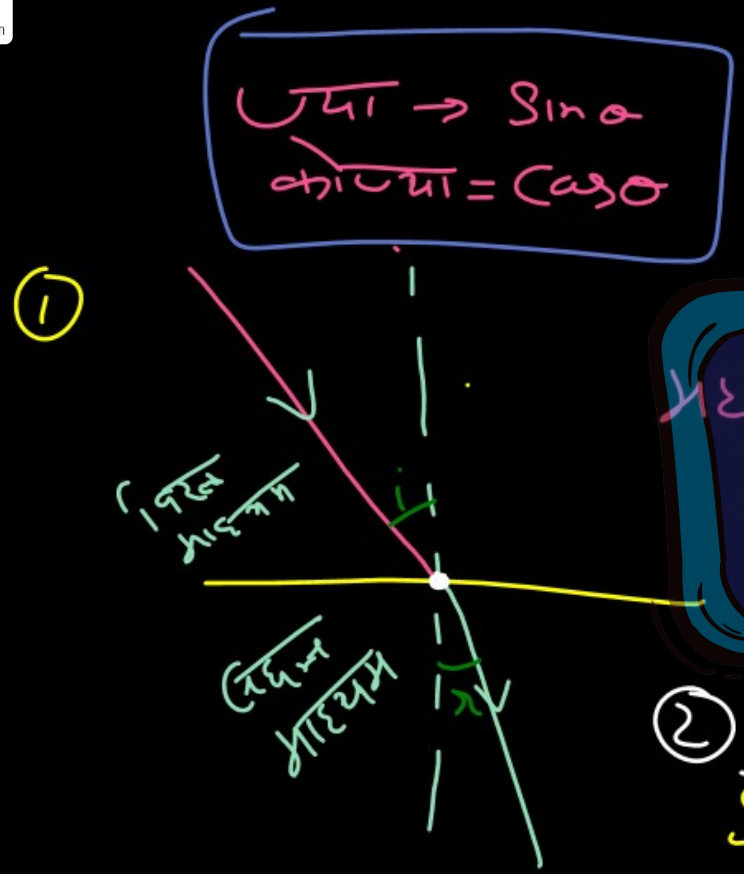


1. प्रकाश का अपवर्तन
2. अपवर्तन के नियम
3. प्रकाश की उत्क्रमणीयता का सिद्धान्त

4. अभ्यास प्रश्न

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

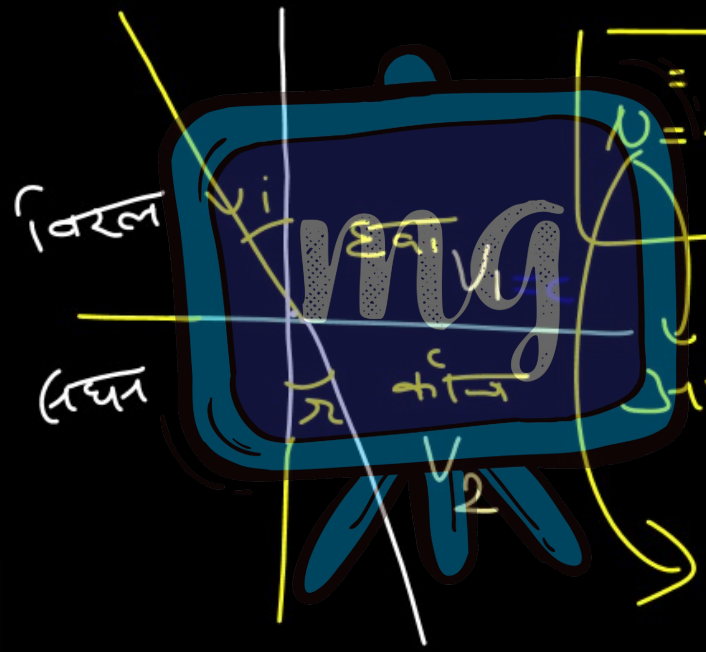


प्रकाश का अपवर्तन के नियम

1. आपतित किरण, अपवर्तित किरण और पृष्ठ पर अभिलम्ब तीनों एक ही तल में होते है।
2. **स्नेल का नियम:-** किन्हीं भी दो माध्यमों के लिए आपतन कोण की ज्या और अपवर्तन कोण की ज्या में एक निश्चित अनुपात होता है जिसे पहले माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम का अपवर्तनांक कहते है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



$$\mu = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\mu = \frac{c}{v}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अपवर्तनांक के प्रकार

① निरपेक्ष अपवर्तनांक
वायु या निर्वात के सापेक्ष देखते है।
$a\mu_g$ $a\mu_w$

② सापेक्ष अपवर्तनांक
अन्य माध्यम के
$w\mu_g$

मुख्यतम निरपेक्ष अपवर्तनांक

$v/\mu_a = 1.003$

अधिकतम निरपेक्ष अपवर्तनांक

$a\mu_d = 2.42$

mg

प्रकाश के अपवर्तन का कारण

स्नेल के नियम से

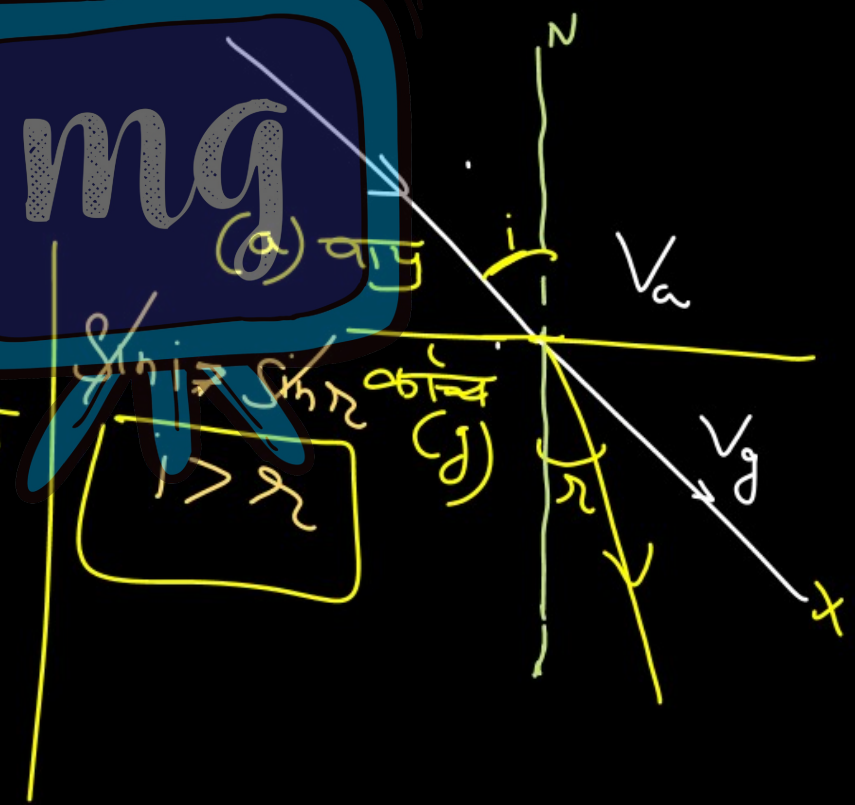
$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r} \quad - (1)$$

पुनः :

$$\mu = \frac{V_a}{V_g} \quad - (2)$$

जबकि (1) व (2) से

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_a}{V_g}$$



महत्वपूर्ण

प्रकाश की उत्कमणीयता का सिद्धान्त

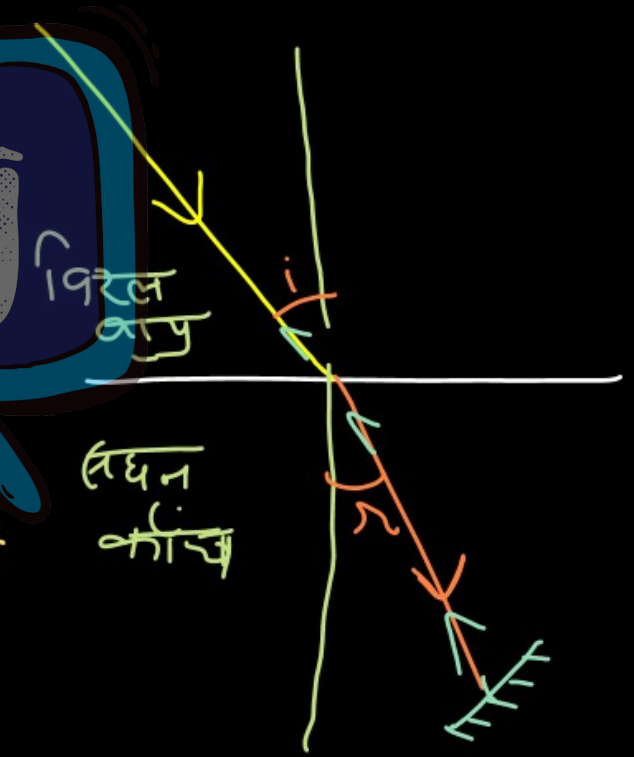
स्नेल के नियम से

वायु से काँच में

$$aN_g = \frac{\sin i}{\sin r} \quad \text{---} ①$$

∵ काँच से वायु में

$$gN_a = \frac{\sin r}{\sin i} \quad \text{---} ②$$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

समी ① × ② से

$$a\mu_g \times g\mu_a = \frac{\sin i}{\sin r} \times \frac{\sin r}{\sin i}$$

$$a\mu_g \times g\mu_a = 1$$

$$a\mu_g = \frac{1}{g\mu_a}$$

mg

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न-1 एक अवतल दर्पण की फोकस दूरी 10 सेमी. है यदि वस्तु को दर्पण के सामने 15 सेमी. की दूरी पर रखा जाये तो प्रतिबिम्ब की दूरी ज्ञात कीजिए।

$f = -10\,cm$

$U = -15\,cm$

$V = ?$

दर्पण के सूत्र से

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{U} + \frac{1}{V}$$

$$\frac{1}{-10} = \frac{1}{-15} + \frac{1}{V}$$

$$\frac{1}{V} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{V} = \frac{-15+10}{150} = -\frac{5}{150} = -\frac{1}{30}$$

$$V = -30\,cm$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न-2 एक अवतल दर्पण की वक्रता त्रिज्या 40 सेमी है इसकी फोकस दूरी ज्ञात कीजिए।



$R = 40\,cm$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$f = \frac{40}{2} = 20\,cm$$

$$f = 20\,cm$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



प्रश्न-3 कोई वस्तु 15cm वक्रता त्रिज्या के अवतल दर्पण से (i) 10cm तथा (ii) 5cm दूरी पर रखी है। प्रत्येक स्थिति में प्रतिबिंब की स्थिति, प्रकृति तथा आवर्धन परिकलित कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

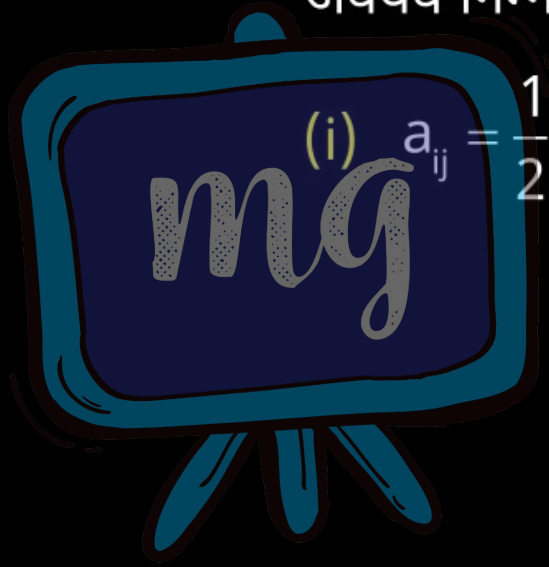
(iii) $a_{ij} = \frac{(i+2j)^2}{2}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

5. एक 3 × 4 आव्यूह की रचना कीजिए जिसके अवयव निम्नलिखित प्रकार प्राप्त होते है–



(i) $a_{ij} = \frac{1}{2}|-3i + j|$

(ii) $a_{ij} = 2i - j$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

6. निम्नलिखित समीकरणों से x, y तथा z के मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & z \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(iii) $\begin{bmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$



7. समीकरण $\begin{bmatrix} a-b & 2a+c \\ 2a-b & 3c+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 13 \end{bmatrix}$

से a, b, c तथा d के मान ज्ञात कीजिए।

8. $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह है यदि

(अ) $m < n$

(ब) $m > n$

(स) $m = n$

(द) इनमें से कोई नहीं

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

9. x तथा y के प्रदत्त किन मानों के लिए आव्यूहों के निम्नलिखित युग्म समान हैं?

$$\begin{bmatrix} 3x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$$

(अ) $x = \frac{-1}{3}, y = 7$

(ब) ज्ञात करना संभव नहीं है

(स) $y = 7, x = \frac{-2}{3}$

(द) $x = \frac{-1}{3}, y = \frac{-2}{3}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

10. 3 × 3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रविष्टि 0 या 1 है?

(अ) 27

(ब) 18

(स) 81

(द) 512

आव्यूहों का योग एवं व्यवकलन

(Addition and Subtraction of Matrices)



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यदि $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ तथा $B = [b_{ij}]_{m\times n}$ दो समान कोटि के मैट्रिक्स हों तो उनका योग A + B, एक मैट्रिक्स के अवयवों में दूसरे मैट्रिक्स के संगत अवयवों को जोड़ने से प्राप्त मैट्रिक्स के बराबर होता है, अर्थात् $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m\times n}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

इसी प्रकार इनका व्यवकलन A के अवयवों में से A के संगत अवयवों को घटाने के प्राप्त मैट्रिक्स के बराबर होता है, अर्थात् $A - B = [a_{ij} - b_{ij}]_{m \times n}$

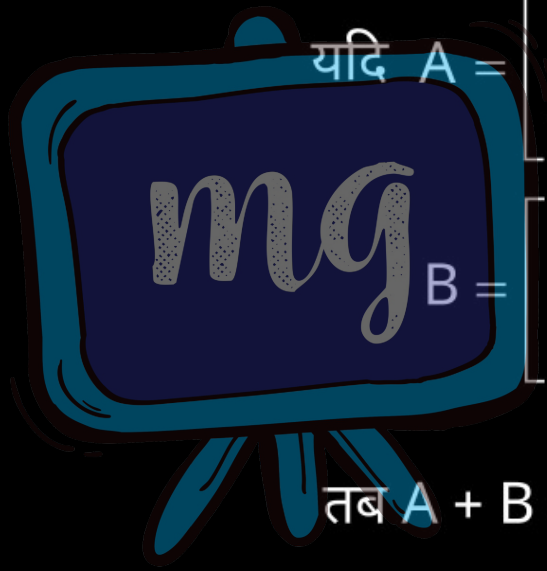


RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,



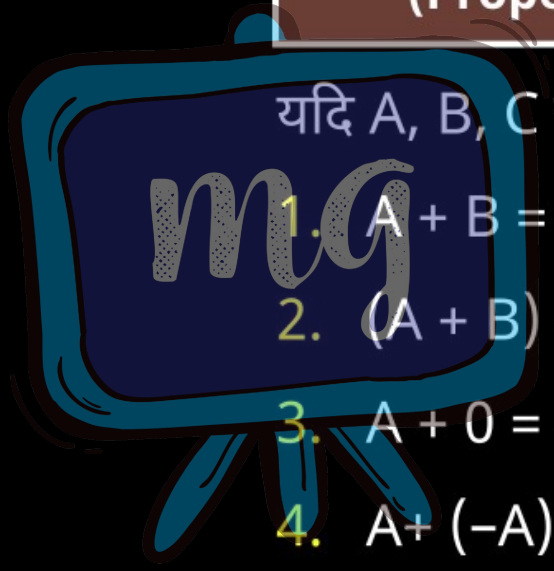
$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

तब $A + B =$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

मैट्रिक्स योग के गुणधर्म
(Properties of matrix addition)



यदि A, B, C समान क्रम के मैट्रिक्स हों, तो

1. $A + B = B + A$ (क्रमविनिमेयता)
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$ (साहचर्यता)
3. $A + 0 = A = 0 + A$ (योज्य तत्समक)
4. $A + (-A) = 0 = (-A) + A$ (योज्य प्रतिलोम)
5. $\left.\begin{matrix} A + B = A + C \\ B + A = C + A \end{matrix}\right\} B = C$ (निरसन नियम)

मैट्रिक्स का अदिश गुणन
(Scalar multiplication of Matrices)



यदि $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ एक मैट्रिक्स है तथा k कोई एक संख्या है, तो m × n कोटि का मैट्रिक्स जो कि A के प्रत्येक अवयव को k से गुणा करने से प्राप्त होता है, A का k से अदिश गुणन कहलाता है और इसे kA या Ak से प्रदर्शित करते हैं। अतः

$$A = [a_{ij}]_{m\times n} \Rightarrow kA = [ka_{ij}]_{m\times n}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण

यदि $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \end{bmatrix}$ तब



$2A = \begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ 2x & 2y & 2z \end{bmatrix}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ तब

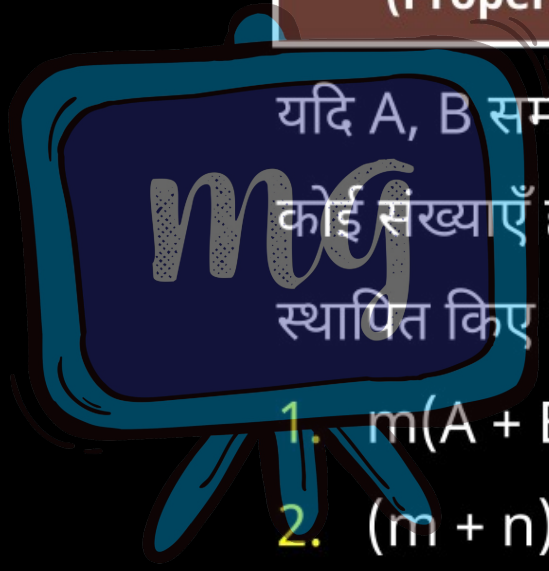


$-A = (-1)A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अदिश गुणन के गुणधर्म
(Properties of scalar multiplication)



यदि A, B समान कोटि के मैट्रिक्स हों तथा m, n कोई संख्याएँ हों, तो निम्न परिणाम आसानी से स्थापित किए जा सकते हैं,

1. $m(A + B) = mA + mB$
2. $(m + n)A = mA + nA$
3. $m(nA) = (mn)A = n(mA)$

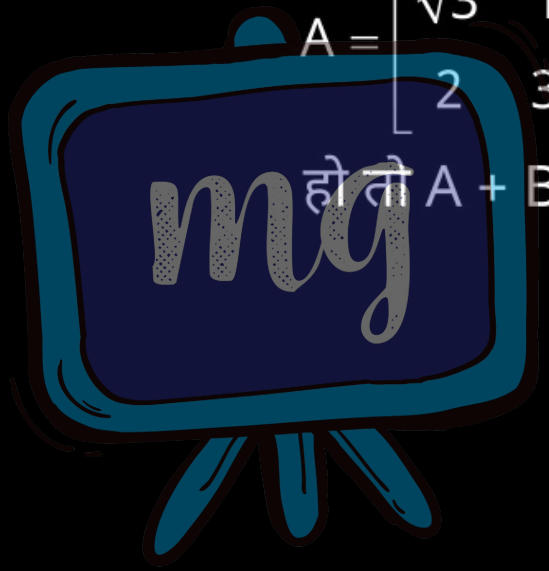
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 6

$A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{5} & 1 \\ -2 & 3 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

हो तो $A + B$ ज्ञात कीजिए।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 7

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

हो तो $2A - B$ ज्ञात कीजिए ।



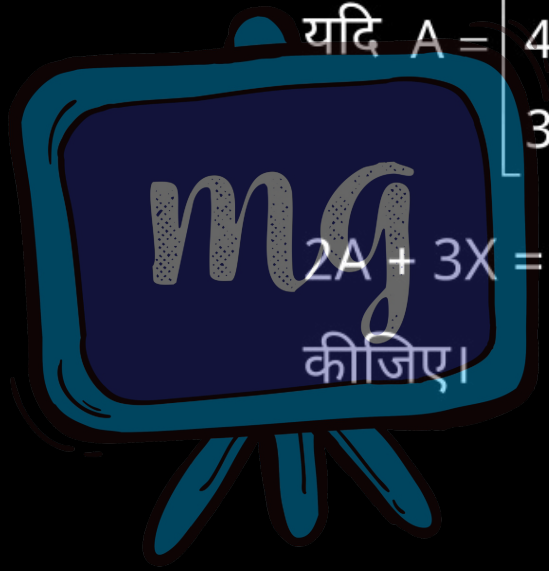
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 8

यदि $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ तथा

$2A + 3X = 5B$ दिया हो तो आव्यूह X ज्ञात कीजिए।



उदाहरण - 9

X तथा Y, ज्ञात कीजिए, यदि $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$

तथा $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ है।

उदाहरण - 10

निम्नलिखित समीकरण से x तथा y के मानों को ज्ञात कीजिए :

$$2\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 11

दो किसान रामकिशन और गुरुचरण सिंह केवल तीन प्रकार के चावल जैसे बासमती, परमल तथा नउरा की खेती करते हैं। दोनों किसानों द्वारा, सितंबर तथा अक्टूबर माह में, इस प्रकार के चावल की बिक्री (रुपयों में) को, निम्नलिखित A तथा B आव्यूहों में व्यक्त किया गया है :

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

सितंबर माह की बिक्री (₹ में)

	बासमती	परमल	नउरा	
$A =$	10,000	20,000	50,000	रामकिशन
	50,000	30,000	10,000	गुरुचरण सिंह

अक्टूबर माह की बिक्री (₹ में)

	बासमती	परमल	नउरा	
$B =$	5,000	10,000	6,000	रामकिशन
	20,000	10,000	10,000	गुरुचरण सिंह

(i) प्रत्येक किसान की प्रत्येक प्रकार के चावल की सितंबर तथा अक्तूबर की सम्मिलित बिक्री ज्ञात कीजिए।



$$A = \begin{bmatrix} 10,000 & 20,000 & 50,000 \\ 50,000 & 30,000 & 10,000 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5,000 & 10,000 & 6,000 \\ 20,000 & 10,000 & 10,000 \end{bmatrix}$$

(ii) सितंबर की अपेक्षा अक्तूबर में हुई बिक्री में कमी ज्ञात कीजिए।



$$A = \begin{bmatrix} 10,000 & 20,000 & 50,000 \\ 50,000 & 30,000 & 10,000 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5,000 & 10,000 & 6,000 \\ 20,000 & 10,000 & 10,000 \end{bmatrix}$$

(iii) यदि दोनों किसानों को कुल बिक्री पर 2% लाभ मिलता है, तो अक्तूबर में प्रत्येक प्रकार के चावल की बिक्री पर प्रत्येक किसान को मिलने वाला लाभ ज्ञात कीजिए।

$$B = \begin{bmatrix} 5,000 & 10,000 & 6,000 \\ 20,000 & 10,000 & 10,000 \end{bmatrix}$$