KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित

संबंध एवं फलन

अध्याय – 1

भाग - 9

प्रश्नावली 1.2

By : Rajendra Yadav Sir

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:

(i). $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : N \to N$ फलन है।

$f : N \to N$

$f(x) = x^2$

$\Rightarrow x_1^2 = x_2^2$

$\Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

अत: यह फलन एकैकी है।
(one-one)

यदि $y = 2$

$\Rightarrow f(x) = x^2 = 2 \Rightarrow x \notin N$

आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:

(ii). $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : Z \to Z$ फलन है।

$f : z \to z$

$f(x) = x^2$

यदि $x = 1$ हो:

$f(1) = (1)^2 = 1$

पुनः यदि $x = -1$ हो:

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

यहाँ $f(1) = f(-1) = 1$

परन्तु $1 \neq -1$

अतः यह फलन एकैकी नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यदि $y = -2$ हो:

तो $f(x) = x^2 = -2$ जो असंभव है।

$\Rightarrow$ यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:

(iii). $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : R \to R$ फलन है।

$f : R \to R$

$f(x) = x^2$

यदि $x = -1$ हो:

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

पुन: यदि $x = 1$ हो:

$f(1) = (1)^2 = 1$

यहाँ $f(-1) = f(1) = 1$

परन्तु $-1 \neq 1$

$\Rightarrow$ एकैक फलन नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यदि $y = -2$ हो:

$f(x) = x^2 = -2$ जो असंभव है।

$\Rightarrow$ यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:

(iv). $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f : N \to N$ फलन है।

$f : N \to N$

$f(x) = x^3$

यदि $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1^3 = x_2^3$

$\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

$\Rightarrow$ यह फलन एकैकी फलन है।

यदि $y = 2$ हो:

$\Rightarrow f(x) = x^3 = 2$

$\Rightarrow x \notin N$

यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:

(v). $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f : Z \to Z$ फलन है।

$f : Z \to Z$

$f(x) = x^3$

यदि $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1^3 = x_2^3$

$\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

यह एकैकी फलन है।

यदि $y = 2$ हो :

$\Rightarrow f(x) = x^3 = 2$

$\Rightarrow x \notin Z$

यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

$f : R \to R$

$f(x) = [x]$

Q3. सिद्ध कीजिए कि f (x) = [x] द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन f : R → R, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ [x], x से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरुपित करता है।

$\Rightarrow f(1.3) = f(1.9)$

$\Rightarrow [1.3] = [1.9]$

परन्तु $1.3 \neq 1.9$

$\Rightarrow$ यह फलन एकैकी नहीं है।

यदि $y = 1.2$

परन्तु $f(x) = [x] \neq 1.2$

$\Rightarrow$ यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q4. सिद्ध कीजिए कि f (x) = |x| द्वारा प्रदत्त मापांक फलन f : R → R, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ |x| बराबर x, यदि x धन या शुन्य है तथा |x| बराबर – x, यदि x ऋण है।

$f : R \to R$

$f(x) = |x|$

यदि $x = -1$ हो :

$f(-1) = |-1| = 1$

पुन : यदि $x = 1$ हो :

$f(1) = |1| = 1$

परन्तु $-1 \neq 1$

अत : यह फलन एकैकी नहीं है।

यदि $y = -2$ हो :

$f(x) = |x| = -2$ जो असंभव है।

⇒ यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

$f : R \to R$

Q5. सिद्ध कीजिए कि $f : R \to R$,

$$f(x) = \begin{cases} 1 & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1, \text{ यदि } x > 0 \\ 0, \text{ यदि } x = 0 \\ -1, \text{ यदि } x < 0, \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिह्न फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

यहाँ $f(1) = f(2) = f(3) = \cdots = 1$

परन्तु $1 \neq 2 \neq 3 \ldots$

यह फलन एकैकी फलन नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यदि $y = 2$ है:

$f(x) = 2$ असंभव है।

$\Rightarrow$ यह फलन आच्छादक नहीं है।

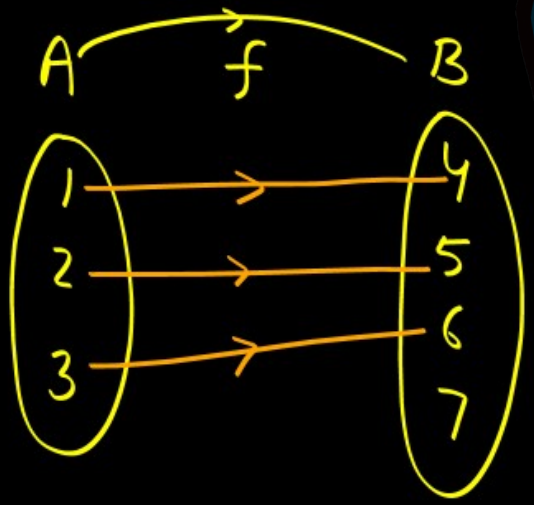
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q6. मान लीजिए कि A = {1, 2, 3}, B = {4, 5, 6, 7} तथा f = {(1, 4), (2, 5), (3, 6)} A से B तक एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है।

$f : \{(1,4), (2,5), (3,6)\}$



यहाँ प्रांत का एक अवयव, सहप्रांत के एक ही अवयव से संबंधित है।

⇒ यह फलन एक एकैकी फलन है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q7. निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति में बतलाइए कि क्या दिए हुए फलन एकैकी, आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादी (bijective) हैं। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

(i). f (x) = 3 –4 x द्वारा परिभाषित फलन f : R → R है।

$f : R \to R$

$f(x) = 3 - 4x$

यदि $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow 3 - 4x_1 = 3 - 4x_2$

$\Rightarrow -4x_1 = -4x_2$

$\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

फलन एकैकी है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यदि स्वेच्छ $y \in R$:

$\Rightarrow y = 3 - 4x$

$\Rightarrow 4x = 3 - y$

$\Rightarrow x = \frac{3-y}{4}$

अतः $f(x) = 3 - 4x$

$\Rightarrow f\left(\frac{3-y}{4}\right) = 3 - 4\left(\frac{3-y}{4}\right)$

$\Rightarrow f(x) = 3 - 3 + y$

$\Rightarrow f(x) = y$

$\Rightarrow$ यह फलन आच्छादक है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q7. निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति में बतलाइए कि क्या दिए हुए फलन एकैकी, आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादी (bijective) हैं। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

(ii). $f(x) = 1 + x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$ है।

$f : R \to R$

$f(x) = 1 + x^2$

यदि $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow 1 + x_1^2 = 1 + x_2^2$

$\Rightarrow x_1^2 = x_2^2$

$\Rightarrow \boxed{x_1 = \pm x_2}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$ या $\boxed{x_1 = -x_2}$

अत: यह फलन एकैकी नहीं है।

अब, माना $y = -2$

$\Rightarrow f(x) = 1 + x^2 = -2$

$\Rightarrow x^2 = -2 - 1$

$\Rightarrow x^2 = -3$ जो असंभव है।

अत: यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q8. मान लीजिए कि A तथा B दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि $f : A \times B \to B \times A$, इस प्रकार कि $f(a, b) = (b, a)$ एक एकैकी आच्छादी (bijective) फलन है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

$\frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$f(1) = f(2) = 1$

$\Rightarrow 1 \neq 2$

एकैकी नहीं है।

Q9. मान लीजिए कि समस्त $n \in N$ के लिए,

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{यदि विषम है} \\ \frac{n}{2}, & \text{यदि } n \text{ सम है} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f : N \to N$ है। बतलाइए कि क्या फलन f एकैकी आच्छादी (bijective) है। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q10. मान लीजिए कि A = R – {3} तथा B = R – {1} हैं। $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3}\right)$ द्वारा परिभाषित फलन f : A → B पर विचार कीजिए। क्या f एकैकी तथा आच्छादक है ? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

$f : A \to B$

$f(x) = \frac{x-2}{x-3}$

यदि $f(x) = f(y)$

$\frac{x-2}{x-3} = \frac{y-2}{y-3}$

$\Rightarrow xy - 2y - 3x + 6 = xy - 3y - 2x + 6$

$y = x$ एकैकी फलन है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

$f : R \to R$

$f(x) = x^4$

one - one ✗

$f(-1) = f(1)$

$(-1)^4 = (1)^4 = 1$

$\Rightarrow -1 \neq 1$

onto ✗

Q11. मान लीजिए कि $f : R \to R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए।

(A). f एकैकी आच्छादक है

(B). f बहुएक आच्छादक है

(C). f एकैकी है किंतु आच्छादक नहीं है

(D). f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

$f : R \to R$

$f(x) = 3x_1$

$f(x_1) = f(x_2)$

$3x_1 = 3x_2$

$\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

एकैकी है।

Q12. मान लीजिए कि f (x) = 3 x द्वारा परिभाषित फलन f : R → R है। सही उत्तर चुनिए:

(A). f एककी आच्छादक है

(B). f बहुएक आच्छादक है

(C). f एककी है परंतु आच्छादक नहीं है

(D). f न तो एककी है और न आच्छादक है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यदि $y \in R$

$\Rightarrow y = 3x$

$\Rightarrow x = \frac{y}{3}$

अब, $f(x) = 3x$

$\Rightarrow f\left(\frac{y}{3}\right) = 3 \times \frac{y}{3} = y$

आच्छादक है।