ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

गणित

अध्याय - 10

वृत्त

(Circle)

भाग - 2

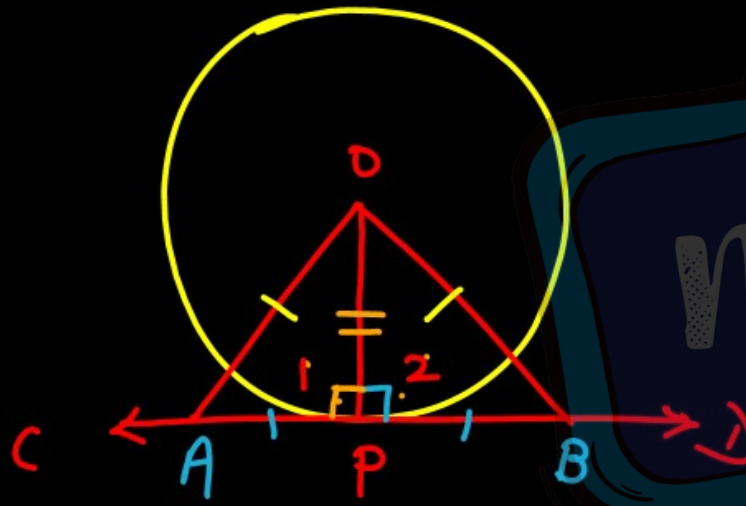
प्रश्नावली 10.1

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय 10.1 : वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।



दिया हुआ : वृत का केन्द्र O है तथा l वृत की स्पर्श रेखा है।

रचना : $OA = OB \Rightarrow (PA = PB)$

सिद्ध करना : $\angle P = 90^\circ$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ΔOPA & ΔOPB :

$\Delta OPA \cong \Delta OPB$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = 180$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 1 = 180 \quad (\angle 1 = \angle 2)$

$2\angle 1 = 180$

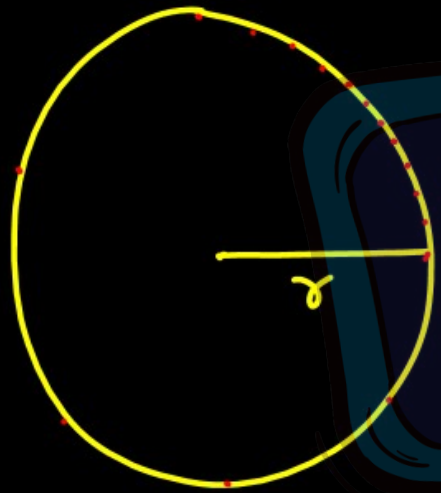
$\angle 1 = 90^\circ \quad \Rightarrow \angle P = 90^\circ$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 10.1

1. एक वृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं?

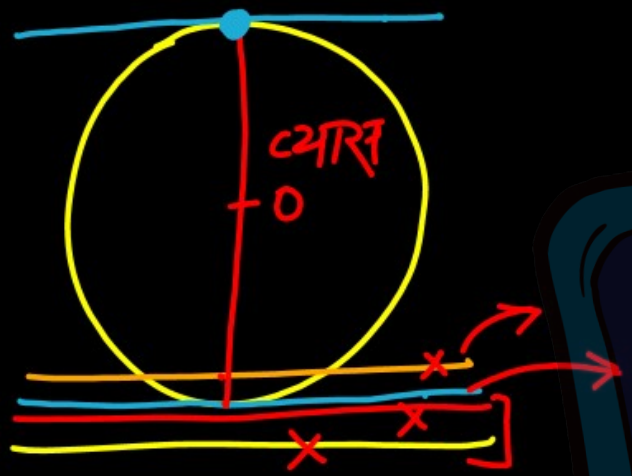


mg
अनन्त

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 10.1



2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

(i) किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे एक ..... बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है।

(ii) वृत्त को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक ..... कहते हैं।

(iii) एक वृत्त की ..... दो ..... समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।

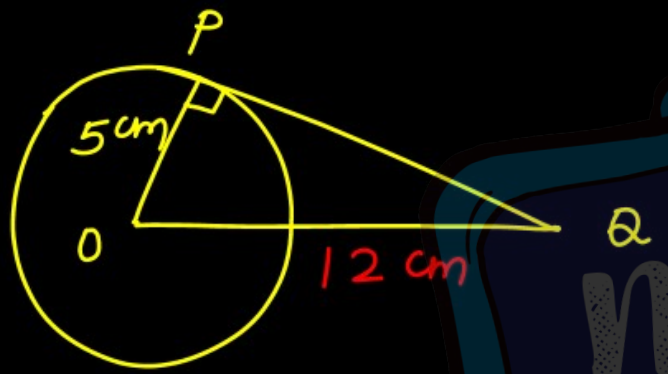
(iv) वृत्त तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिंदु को ..... कहते हैं।

स्पर्श बिन्दु

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 10.1



3. 5 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के बिंदु P पर स्पर्श रेखा PQ केंद्र O से जाने वाली एक रेखा से बिंदु Q पर इस प्रकार मिलती है कि OQ = 12 सेमी। PQ की लंबाई है:

(A) 12 सेमी

(B) 13 सेमी

(C) 8.5 सेमी

(D) $\sqrt{119}$ सेमी

यहाँ $\triangle OPQ$ में, $\angle P = 90^\circ$

अतः पाइथागोरस प्रमेय से:

$OP^2 + PQ^2 = OQ^2$

$\Rightarrow (5)^2 + PQ^2 = (12)^2$

$\Rightarrow 25 + PQ^2 = 144$

$\Rightarrow PQ^2 = 144 - 25$

$\Rightarrow PQ^2 = 119$

$\Rightarrow \boxed{PQ = \sqrt{119}}$

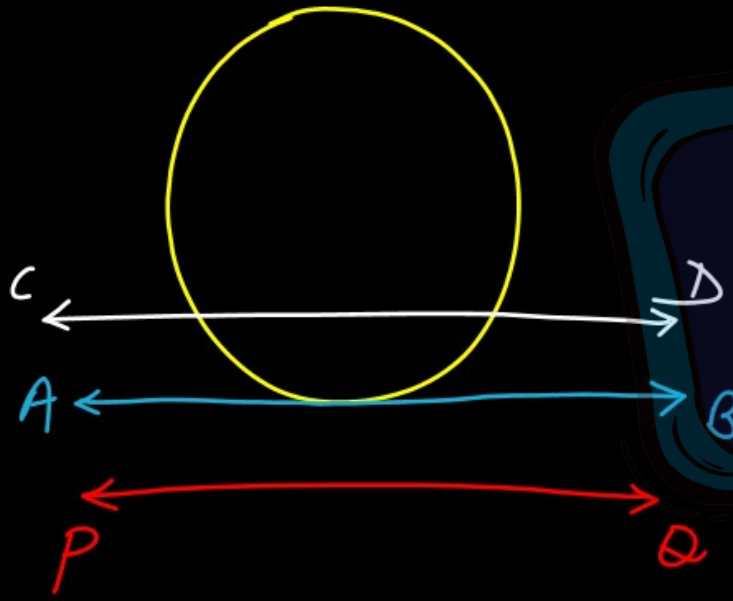


ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 10.1

4. एक वृत्त खींचिए और एक दी गई रेखा के समांतर दो ऐसी रेखाएँ खींचिए कि उनमें से एक स्पर्श रेखा हो तथा दूसरी छेदक रेखा हो।



दी गई रेखा ⇒ PQ

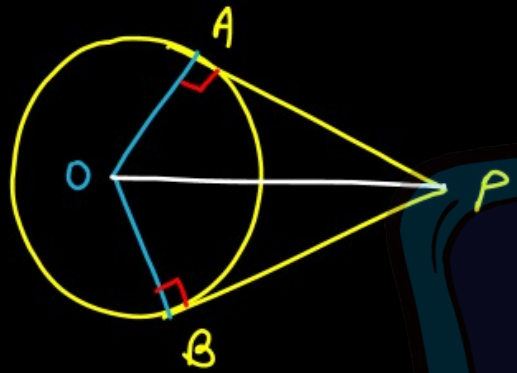
स्पर्श रेखा ⇒ AB

छेदक रेखा ⇒ CD

यहाँ PQ || AB || CD

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



प्रमेय 10.2 : बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती है।

दिया हुआ : PA व PB स्पर्श रेखाएँ हैं।

$\angle A = \angle B = 90^\circ$ (PA $\perp$ r व PB $\perp$ r)

सिद्ध करना : PA = PB

रचना : OP को मिलाया।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उपपत्ति : $\triangle OAP$ व $\triangle OBP$ में :

$\angle A = \angle B$ (समकोण)

$OP = OP$ (उभयनिष्ठ) (कर्ण)

$OA = OB$ (त्रिज्या) (भुजा)

अतः समकोण - कर्ण - भुजा नियम से :

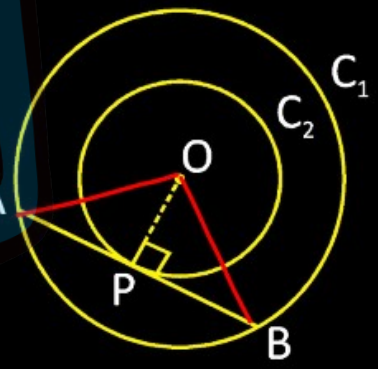
$\triangle OAP \cong \triangle OBP$

$\Rightarrow PA = PB$ इति सिद्धम् ।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 1. सिद्ध कीजिए कि दो सकेंद्रीय वृत्तों में बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है, स्पर्श बिंदु पर समद्विभाजित होती है।



दिया हुआ : AB, C_2 की स्पर्श रेखा व C_1 की जीवा है।

सिद्ध करना : PA = PB

हल : $\triangle OPA$ व $\triangle OPB$ में :

$\angle P = \angle P$ (समकोण)

$OA = OB$ (कर्ण) (त्रिज्या)

$OP = OP$ (उभयनिष्ठ) (भुजा)

अत : RHS - नियम से :

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$\Delta OPA \cong \Delta OPB$

$\Rightarrow PA = PB$

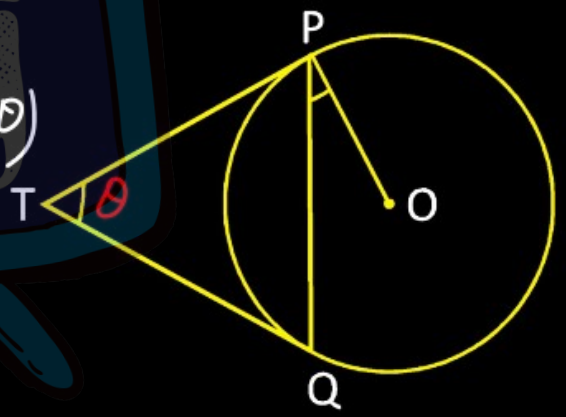
इति सिद्धम् ।



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 2. केंद्र O वाले वृत्त पर बाह्य बिंदु T से दो स्पर्श रेखाएँ TP तथा TQ खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle PTQ = 2\angle OPQ$ है।



यहाँ $PT = QT$ (स्पर्श रेखाएँ)

$\Rightarrow \Delta PTQ$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

अतः $\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2}(180 - \theta)$

$\Rightarrow \angle TPQ = 90 - \frac{\theta}{2}$ —(1)

यहाँ $OP \perp TP$

$\Rightarrow \angle TPQ = 90°$

$\angle TPO = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle TPQ + \angle OPQ = 90^\circ$

$\Rightarrow 90 - \frac{\theta}{2} + \angle OPQ = 90^\circ$ (स्पर्श ⊥ से)

$\Rightarrow \angle OPQ = 90 - 90 + \frac{\theta}{2}$

$\Rightarrow \angle OPQ = \frac{\theta}{2}$

$\Rightarrow \angle OPQ = \frac{\angle PTQ}{2}$

$\Rightarrow \angle PTQ = 2\angle OPQ$

इति सिद्धम्।