ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित

संबंध एवं फलन

अध्याय – 1

भाग - 2

संबंध

By : Rajendra Yadav Sir

संबंध के प्रकार (Types of Relations)

परिभाषा - 3

$\forall\, a \in A$

$(a, a) \in R$

समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R ;

(i) स्वतुल्य (Reflexive) कहलाता है, यदि $a \in A$ के लिए $(a,a) \in R$ हो।

माना $A = \{2, 4, 5\}$

$A \times A = \{(2,2), (2,4), (2,5), (4,2), (4,4), (4,5), (5,2), (5,4), (5,5)\}$

यहाँ $R = \{(2,2), (2,4), (4,2), (4,4), (5,5)\}$

$\forall a \in A : (a,a) \in R$ स्वतुल्य

$a = 2, \quad (2,2) \in R$ ✓

$a = 4, \quad (4,4) \in R$ ✓

$a = 5, \quad (5,5) \in R$ ✓

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

संबंध के प्रकार (Types of Relations)

परिभाषा - 3

(ii) सममित (Symmetric) कहलाता है, यदि समस्त $a_1, a_2 \in A$ के लिए $(a_1, a_2) \in R$ से $(a_2, a_1) \in R$ प्राप्त हो।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

Ex: $A = \{2, 4, 5\}$

$A \times A = \{(2,2), (2,4), (2,5), (4,2), (4,4), (4,5), (5,2), (5,4), (5,5)\}$

$R = \{(2,2), (2,4), (4,2), (4,4), (5,5)\}$

$a = 2 \Rightarrow (2,2) \in R \Rightarrow (2,2) \in R$

$a = 4 \Rightarrow (4,4) \in R \Rightarrow (4,4) \in R$

$a = 5 \Rightarrow (5,5) \in R \Rightarrow (5,5) \in R$

यहाँ $(2,4) \in R \Rightarrow (4,2) \in R$

स्वसमित संबंध

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

संबंध के प्रकार (Types of Relations)

परिभाषा - 3

समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R ;

(iii) संक्रामक (Transitive) कहलाता है, यदि समस्त $a_1, a_2, a_3, \in A$ के लिए $(a_1, a_2) \in R$ तथा $(a_2, a_3) \in R$ से $(a_1, a_3) \in R$ प्राप्त हो।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

Ex: $A = \{2, 4, 5\}$

$$A \times A = \{(2,2), (2,4), (2,5), (4,2), (4,4), (4,5), (5,2), (5,4), (5,5)\}$$

$$R = \{(2,2), (2,4), (4,2), (4,4), (2,5), (5,5)\}$$

यहाँ $a = 2 : (2,2) \in R, (2,2) \in R \Rightarrow (2,2) \in R$

$a = 4 : (4,4) \in R, (4,4) \in R \Rightarrow (4,4) \in R$

$a = 5 : (5,5) \in R, (5,5) \in R \Rightarrow (5,5) \in R$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ $(2,4) \in R$, $(4,2) \in R \Rightarrow (2,2) \in R$

$(2,5) \in R$, $(5,5) \in R \Rightarrow (2,5) \in R$

संक्रामक संबंध



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

संबंध के प्रकार (Types of Relations)

परिभाषा - 4

स्वतुल्य
सममित
संक्रामक
तुल्यता संबंध

समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध कहलाता है, यदि R स्वतुल्य, सममित तथा संक्रांमक है।

उदाहरण - 2

- मान लीजिए कि T किसी समतल में स्थित समस्त त्रिभुजों का एक समुच्चय है।

  समुच्चय T में R = {(T_1, T_2) : T_1, T_2 के सर्वांगसम है} एक संबंध हैं। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध हैं।

$R = \{(T_1, T_2) : T_1, T_2$ के सर्वांगसम हैं। $\}$

R स्वतुल्य संबंध है; क्योंकि,

प्रत्येक त्रिभुज स्वयं के सर्वांगसम होता है।

$(T_1, T_1) \in R$

R सममित संबंध है, क्योंकि,

$(T_1, T_2) \in R \Rightarrow T_1, T_2$ के सर्वांगसम हैं।

$\Rightarrow T_2, T_1$ के भी सर्वांगसम होगा।

$\Rightarrow (T_2, T_1) \in R$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यह संबंध संक्रामक संबंध भी है- क्योंकि,

$(T_1, T_2) \in R \Rightarrow T_1, T_2$ के सर्वसम हैं।

$(T_2, T_3) \in R \Rightarrow T_2, T_3$ के सर्वसम हैं।

$\Rightarrow T_1, T_3$ के भी सर्वसम होगा।

$\Rightarrow (T_1, T_3) \in R$

अतः R एक स्वतुल्य, सममित व संक्रामक संबंध है।

$\Rightarrow$ R एक तुल्यता संबंध है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 3

➤ मान लीजिए कि L किसी समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा R = {(L_1 , L_2) : L_1 , L_2 पर लंब है} समुच्चय L में परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R सममित है किन्तु यह न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक हैं।

यहाँ $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2$ पर लंब हैं।$\}$

यहाँ कोई भी रेखा स्व-यं पर लंब नही होती है।

$\Rightarrow (L_1, L_1) \notin R$

अत: यह संबंध स्व-तुल्य नहीं है।

पुन: $(L_1, L_2) \in R \Rightarrow L_1, L_2$ पर लंब है।

$\Rightarrow L_2, L_1$ पर भी लंब होगा।

$\Rightarrow (L_2, L_1) \in R$

अत: यह संबंध समामित है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

इसीप्रकार,

$(L_1, L_2) \in R \Rightarrow L_1, L_2$ पर लंब है।

$(L_2, L_3) \in R \Rightarrow L_2, L_3$ पर लंब है।

$\Rightarrow L_1, L_3$ पर लंब नहीं होगी।

$\Rightarrow (L_1, L_3) \notin R$

अतः यह संबंध संक्रामक नहीं है।