SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

गणित

अध्याय - 11

वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

(Areas Related To Circles)

भाग - 1

त्रिज्यखंड और वृत्तखंड के क्षेत्रफल

By : Rajendra Yadav Sir

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

वृत्त की परिधि

- किसी वृत्त की परिसीमा (boundary) पर एक चक्कर लगाने में तय किये गये पथ की लम्बाई, वृत्त की परिधि (Circumference) कहलाती है।



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

- यदि एक वृत्त की त्रिज्या = r है तब

$\pi = \frac{22}{7} = 3.14$

वृत्त की परिधि $= 2\pi r$

यहाँ π एक अपरिमेय संख्या है जिसका लगभग मान $\frac{22}{7}$ या 3.14 होता है।

- π के मान की गणना सर्वप्रथम महान् भारतीय गणितज्ञ आर्यभट्ट ने की थी।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल



- किसी पहिये (वृत्त) द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी = पहियें की परिधि।
- यदि एक वृत्त की परिधि = C है

तब

$$\text{वृत्त की त्रिज्या} = \frac{\text{परिधि (c)}}{2\pi}$$

- यदि किसी पहिये की त्रिज्या = r है तब इस पहिये द्वारा n चक्करों में तय की गई दूरी (S)

$= n \times 2\pi r$

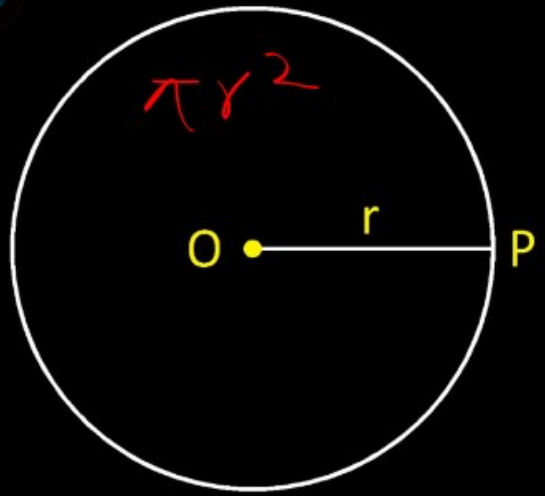
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल

वृत्त का क्षेत्रफल

- किसी भी आकृति द्वारा घेरी गई जगह (स्थान) उस आकृति का क्षेत्रफल कहलाता है, अतः कोई वृत्त जितना स्थान घेरता है वह उस वृत्त का क्षेत्रफल कहलाता है।



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल

ध्यान दें

यदि एक वृत्त की त्रिज्या r है

तब

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

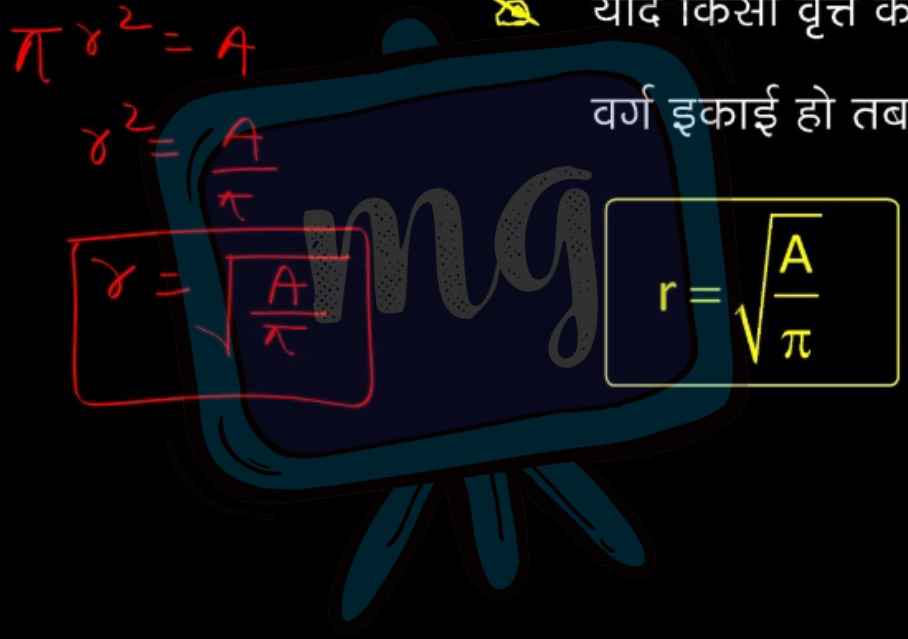
यहाँ

$$\pi = \frac{22}{7} = 3.14$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल



- यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल = A

  वर्ग इकाई हो तब वृत्त की त्रिज्या (r)

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिज्यखंड और वृत्तखंड के क्षेत्रफल

वृत्त का त्रिज्यखंड

किसी वृत्त में किन्ही दो त्रिज्याओं तथा उनके मध्य वृत्त के चाप द्वारा घिरा क्षेत्र वृत्त का **त्रिज्यखंड** कहलाता है।



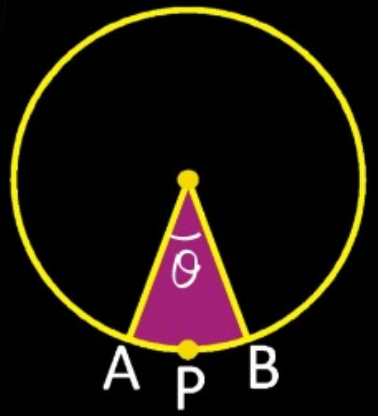
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिज्यखंड और वृत्तखंड के क्षेत्रफल

त्रिज्यखंड का कोण

किसी वृत्त में त्रिज्यखंड की त्रिज्याओं के मध्य का कोण **त्रिज्यखंड का कोण** कहलाता है।



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिज्यखंड और वृत्तखंड के क्षेत्रफल

यदि किसी वृत्त की त्रिज्या r तथा त्रिज्यखंड का कोण θ हो तो -

$$l = \frac{\pi r \theta}{180}$$

या

$$l = \frac{2\pi r \theta}{360}$$

त्रिज्यखंड के चाप की लम्बाई $(l) = \frac{\pi r \theta}{180^\circ}$

$$A = \frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $(A) = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$

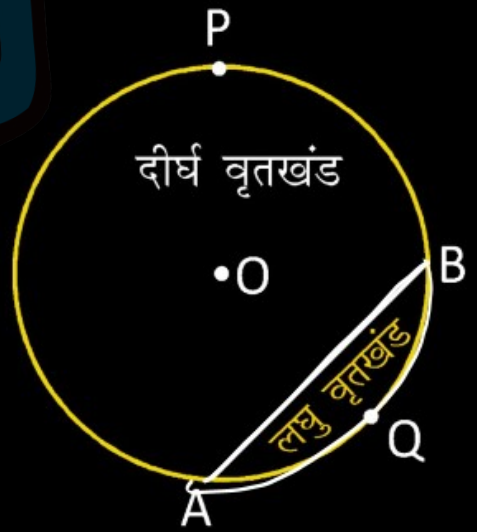
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिज्यखंड और वृत्तखंड के क्षेत्रफल

वृत्तखंड

- किसी वृत्त में एक जीवा तथा वृत्त के चाप द्वारा घिरा क्षेत्र वृतखंड कहलाता है।



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिज्यखंड और वृत्तखंड के क्षेत्रफल

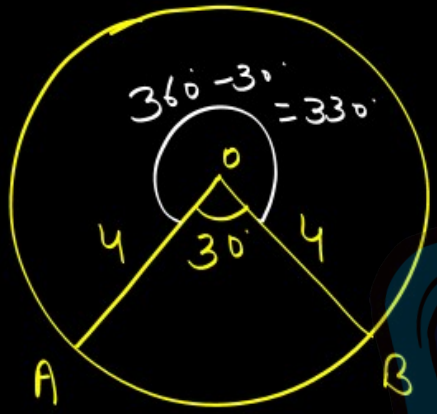
यदि किसी वृत्त की त्रिज्या r तथा त्रिज्यखंड का कोण θ हो तो -

वृत्तखंड के चाप की लम्बाई $(l) = \frac{\pi r\theta}{180^\circ}$

वृत्तखंड का क्षेत्रफल $(A) = \frac{\pi r^2\theta}{360^\circ} - \frac{1}{2}r^2 \sin\theta$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण 1. त्रिज्या 4 cm वाले एक वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 30^0 है। साथ ही, संगत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग कीजिए)।

लघु त्रिज्यखण्ड का क्षे० $= \frac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= \frac{3.14 \times (4)^2 \times 30}{360}$

$= \frac{12}{}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$= \frac{3.14 \times \cancel{16}^{4}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{12.56}{3} = 4.18 \text{ cm}^2$$

दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षे० $= \dfrac{\pi r^2 (360 - \theta)}{360}$

$$= 3.14 \times \cancel{16}^{4} \times \frac{\cancel{330}^{11}}{\cancel{360}_{\cancel{12}_{3}}}$$

$$= 4.18 \times 11$$

$$= 45.98 \text{ cm}^2$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

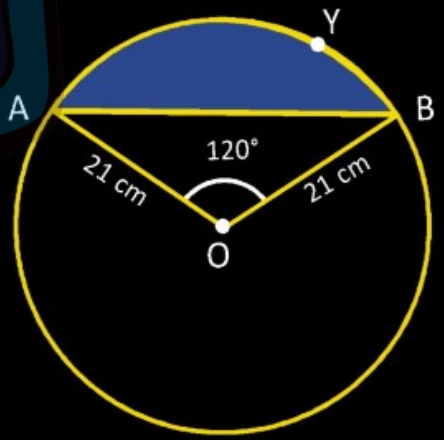
त्रिज्यखण्ड का क्षे०

$$= \frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times \frac{120}{360}$$

$$= 462 \text{ cm}^2$$

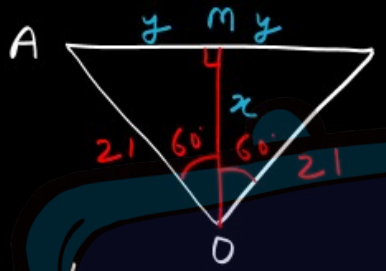
उदाहरण 2. आकृति 12.9 में दर्शाए गए वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि वृत्त की त्रिज्या 21 cm है और $\angle AOB = 120°$ है। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)।



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिभुज $\triangle OAB$ का - देखें :



अब, $\triangle OMA$ में :

$\cos 60^\circ = \frac{x}{21}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{21}$

$OM = \boxed{x = \frac{21}{2}}$

$\sin 60^\circ = \frac{y}{21}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{21}$

$2y = 21\sqrt{3}$

$y = \frac{21\sqrt{3}}{2}$

$AB = AM + BM$

$= \frac{21\sqrt{3}}{2} + \frac{21\sqrt{3}}{2}$

$= 21\sqrt{3}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उत्तर: ΔOAB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AB \times OM$

$= \frac{1}{2} \times 21\sqrt{3} \times \frac{21}{2}$

$= \frac{1}{4} 441\sqrt{3}$

$= \frac{441\sqrt{3}}{4} cm^2$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

वृत्तखण्ड का क्षे० = त्रिज्यखण्ड का क्षे० − $\triangle OAB$ का क्षे०

$$= 462 - \frac{441}{4}\sqrt{3}$$

$$= 21 \times 22 - \frac{21 \times 21}{4}\sqrt{3}$$

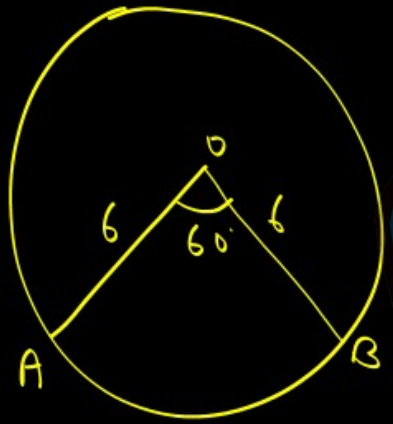
$$= 21\left(22 - \frac{21\sqrt{3}}{4}\right)$$

$$= 21\left(\frac{88 - 21\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{21}{4}(88 - 21\sqrt{3})\ cm^2$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 11.1



1. 6cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है।

$$\text{क्षेत्रफल}_{\text{OAB}} = \frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

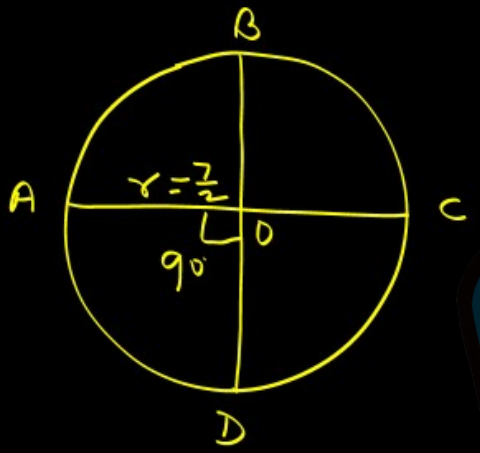
$$= \frac{22}{7} \times \frac{6 \times 6 \times 60}{360}$$

$$= \frac{132}{7} \text{ cm}^2$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 11.1



2. एक वृत्त के चतुर्थांश (quadrant) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी परिधि 22cm है।

परिधि = 22

$2\pi r = 22$

$r = \frac{22 \times 7}{2 \times 22}$

$r = \frac{7}{2}$ cm

चतुर्थांश का क्षे० $= \frac{\pi r^2 (90)}{360}$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{90}{360}$

$= \frac{77}{8}$ cm^2

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

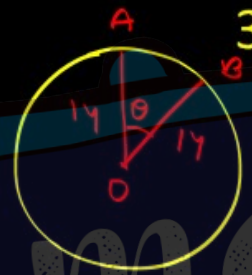
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 11.1

त्रिज्या = 14 cm

5 मिनट में बनाया गया कोण

$= \frac{360^{6}}{60} \times 5 = 30°$



3. एक घड़ी की मिनट की सुई जिसकी लंबाई 14 cm है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

$\frac{7}{4}_{0} = \frac{\pi r^2 \theta}{360}$

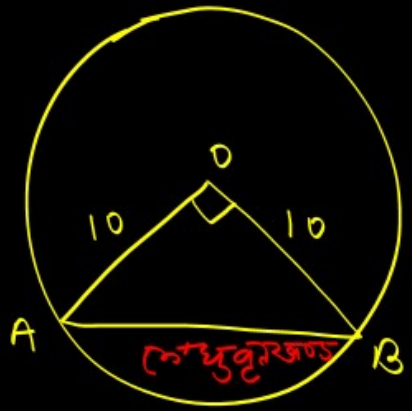
$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{30}{360}$

$= \frac{154}{3}\ cm^2$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 11.1



4. 10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर एक समकोण अंतरित करती है। निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

(i) संगत लघु वृत्तखंड

(ii) संगत दीर्घ त्रिज्यखंड

($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग कीजिए)।

त्रिज्यखण्ड का क्षे० $= \frac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times \frac{90}{360} = \frac{550}{7}$ cm^2

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अब, $\triangle OAB$ का क्षेत्र $= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50\ cm^2$

वृत्तखण्ड का क्षेत्र $= \frac{550}{7} - 50$

$= \frac{550 - 350}{7}$

$= \frac{200}{7}\ cm^2$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र = $\frac{\pi r^2(360-\theta)}{360}$

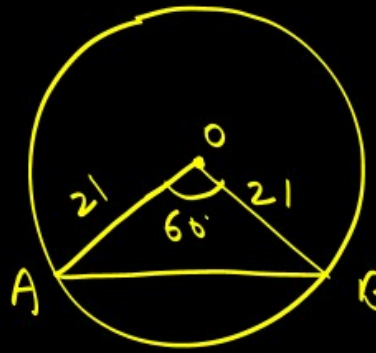
$= \frac{22}{7} \times 10 \times 10 \times \frac{270}{360}$

$= \frac{1650}{7}$ cm^2

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 11.1



5. त्रिज्या 21 cm वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर 60° का कोण अंतरित करता है। ज्ञात कीजिए:

(i) चाप की लंबाई

(ii) चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

(iii) संगत जीवा द्वारा बनाए गए वृत्तखंड का क्षेत्रफल

(i) चाप की ल. $= \frac{\pi r \theta}{180}$

$= \frac{22}{7} \times 21 \times \frac{60}{180}$

$= 22$ cm.

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) त्रिज्यखण्ड का क्षे० $= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$

$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times \frac{60}{360}$

$= 231 \text{ cm}^2$

(iii) वृत्तखण्ड का क्षे० $= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin 60^\circ$

$= 231 - \frac{1}{2} \times 21 \times 21 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$= 231 - \frac{441\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{924 - 441\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

