

कक्षा-10 गणित | हिंदी माध्यम

ARJUN BATCH

वृत्त (Circle)

प्रश्नावली 10.2

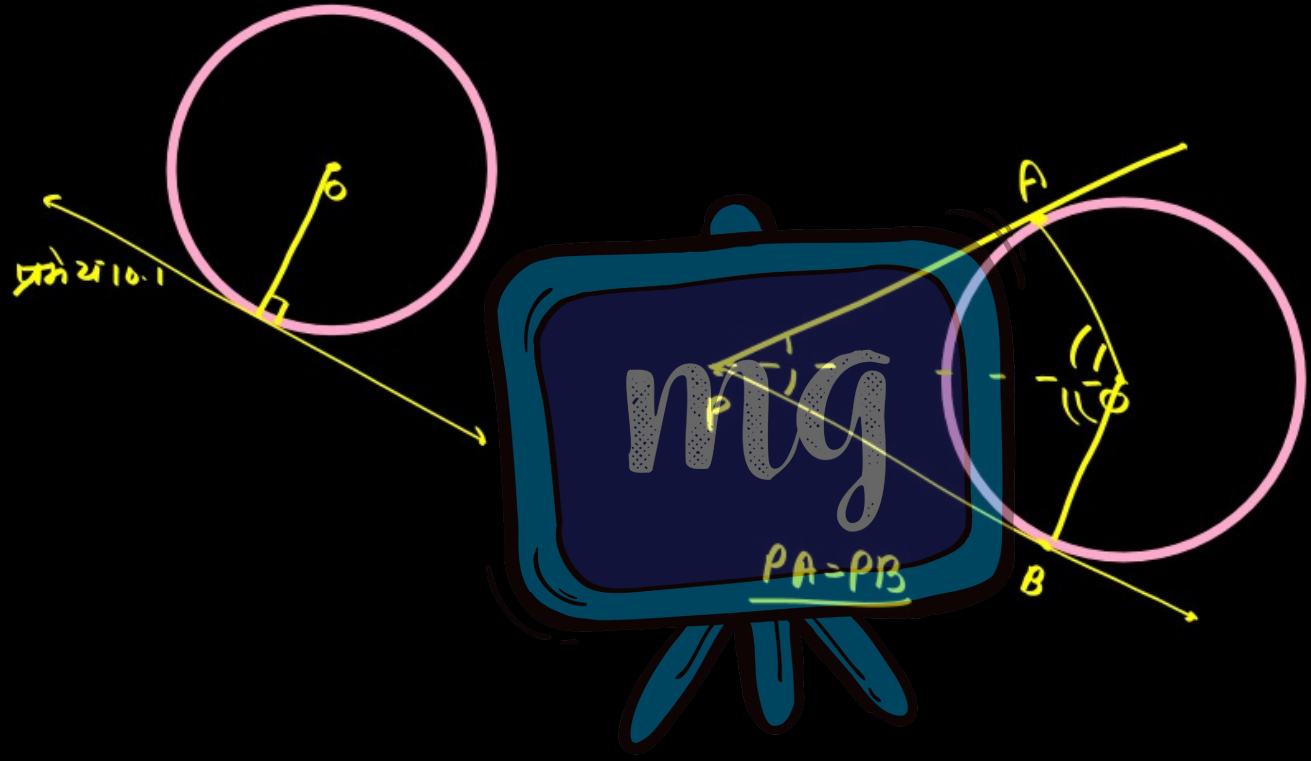
अध्याय-10, भाग-3



आज क्या पढ़ेंगे ?

1 प्रश्नावली 10.2



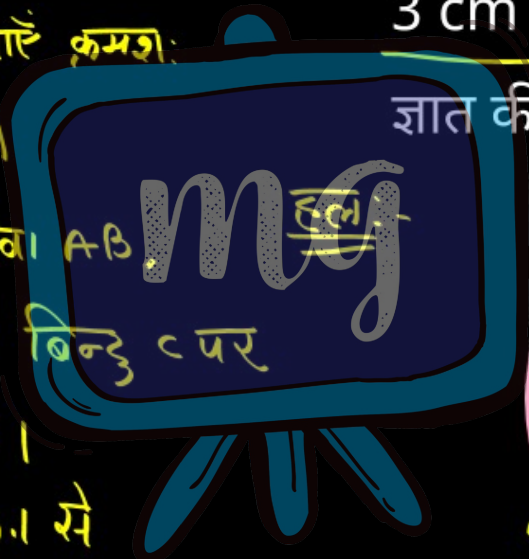


प्रश्न 2। 10.1

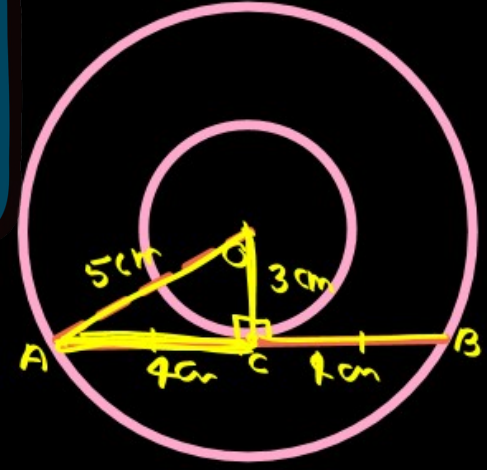
केन्द्र O वाले 2 संकेन्द्रीय
वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः
3cm और 5cm हैं।

बड़े वृत्त की जीवा AB,
छोटे वृत्त को बिन्दु C पर
स्पर्श करती है।

प्रमेय 10.1 से
 $OC \perp AB$



7. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 cm तथा 3 cm हैं। बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो।





$$AC = 4 \text{ cm}$$

$$\therefore AC = BC = 4 \text{ cm}$$

$$\underline{\text{जीवा } AB = 4 + 4 = 8 \text{ cm}}$$

१४

केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब
जीवा को समद्विभाजित करता है।

$$AC = BC$$

DOCA में,

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$\text{कर्ण}^2 = \text{लंब}^2 + \text{आध}^2$$

$$OA^2 = OC^2 + AC^2$$

$$5^2 = 3^2 + AC^2$$

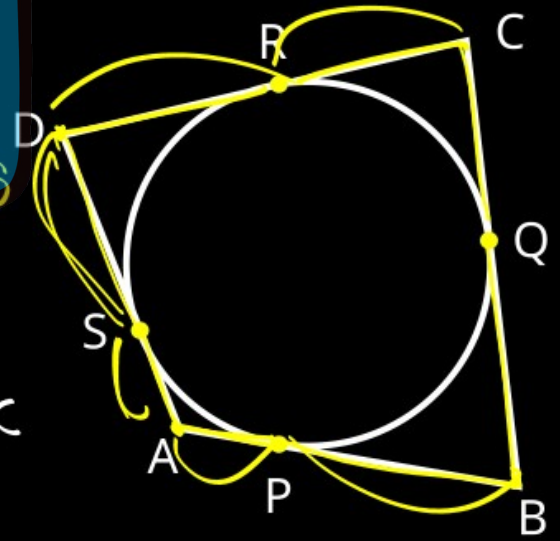
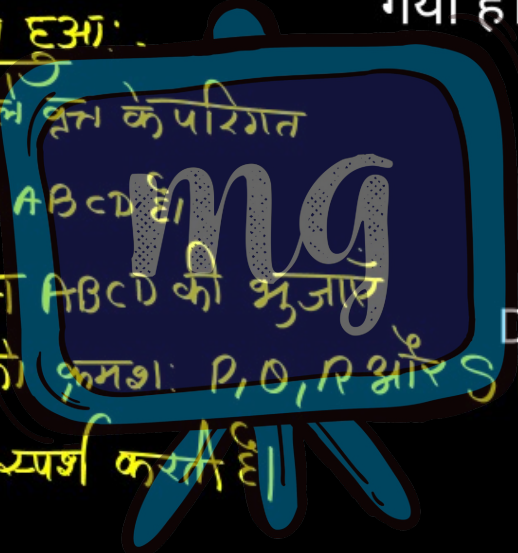
$$25 - 9 = AC^2$$

$$16 = AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{16}$$

8. एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है। सिद्ध कीजिए :

$$AB + CD = AD + BC$$

हल:-
दिया हुआ:-
 केन्द्र O वाले वृत्त के परिगत
 चतुर्भुज ABCD है।
 चतुर्भुज ABCD की भुजाएँ
 वृत्त को क्रमशः P, Q, R और S
 पर स्पर्श करती हैं।
सिद्ध करना:- $AB + CD = AD + BC$



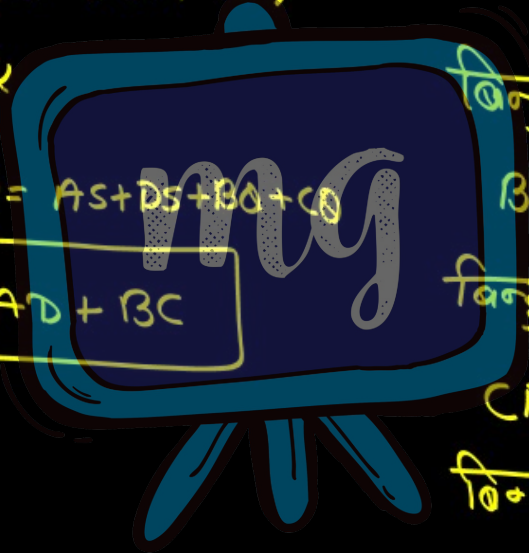
उपपत्ति:-

समी. (i), (ii), (iii) और (iv)
को जोड़ने पर

$$AP + BP + CR + DR = AS + DS + BS + CS$$

$$AB + CD = AD + BC$$

"H.P."



बिन्दु A के लिए

$$AP = AS \quad \text{--- (i) [प्रमेय 10.2 ले]}$$

बिन्दु B के लिए

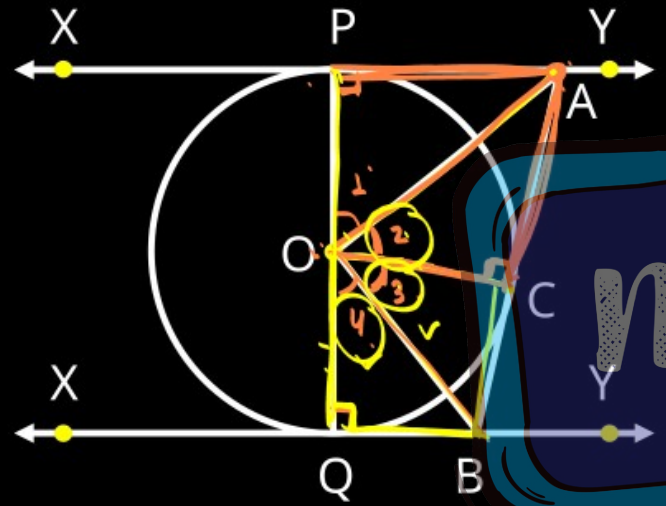
$$BP = BS \quad \text{--- (ii) [1, 1]}$$

बिन्दु C के लिए

$$CR = CS \quad \text{--- (iii)}$$

बिन्दु D के लिए

$$DR = DS \quad \text{--- (iv)}$$



9. आकृति में XY तथा X'Y', O केंद्र वाले किसी वृत्त पर दो समांतर स्पर्श रेखाएँ हैं और स्पर्श बिंदु C पर स्पर्श रेखा AB, XY को A तथा X'Y' को B पर प्रतिच्छेद करती है। सिद्ध कीजिए कि $\angle AOB = 90^\circ$ है।

SSA, ASS X

हल:- दिया हुआ :- $XY \parallel X'Y'$

केंद्र O वाले वृत्त को AB बिन्दु C पर स्पर्श करती है, जो XY को A तथा X'Y' को B पर प्रतिच्छेद करती है।

इसी प्रकार

$$\triangle OQB \cong \triangle OCB$$

CPCT से

$$\angle 3 = \angle 4 \text{ --- (ii)}$$

एक रेखा पर खने वाले कोणों का योग = 180°

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

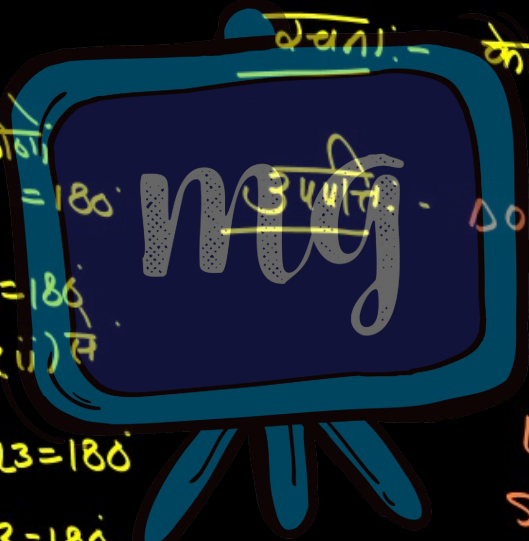
समी. (i) और (ii) से

$$\angle 2 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$2\angle 2 + 2\angle 3 = 180^\circ \quad 90^\circ$$

$$\angle (2 + 3) = 90^\circ$$

$\angle AOB = 90^\circ$



सिद्ध करना: - $\angle AOB = 90^\circ$

बचना: - केन्द्र O को सम्बन्ध बिन्दु C ले मिलाना

उपपत्ति: - $\triangle OCA$ और $\triangle OPA$ में

$OC = OP$ (त्रिज्या)

$AC = AP$ (प्रमेय 10.2 से)

$\angle C = \angle P$ (90°, प्रमेय 10.1 से)

SAS सर्वांगसमता से

$$\triangle OCA \cong \triangle OPA$$

CPCT से

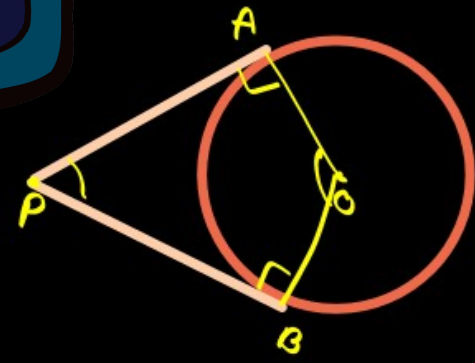
$$\angle 1 = \angle 2 \text{ --- (i)}$$

दिया हुआ :-

केंद्र O वाले वृत्त के बाह्य बिन्दु P द्वारा 2 स्पर्श रेखाएँ PA तथा PB, वृत्त के A तथा B पर स्पर्श करती हैं।

निष्कर्ष करना:- $\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$

10. सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिंदु से किसी वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिंदुओं को मिलाने वाले रेखाखंड द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता



दिया हुआ:-

$$AB = DC$$

$$AD = BC$$

लिख करना:-

ABCD समचतुर्भुज है।

उपपत्ति:-

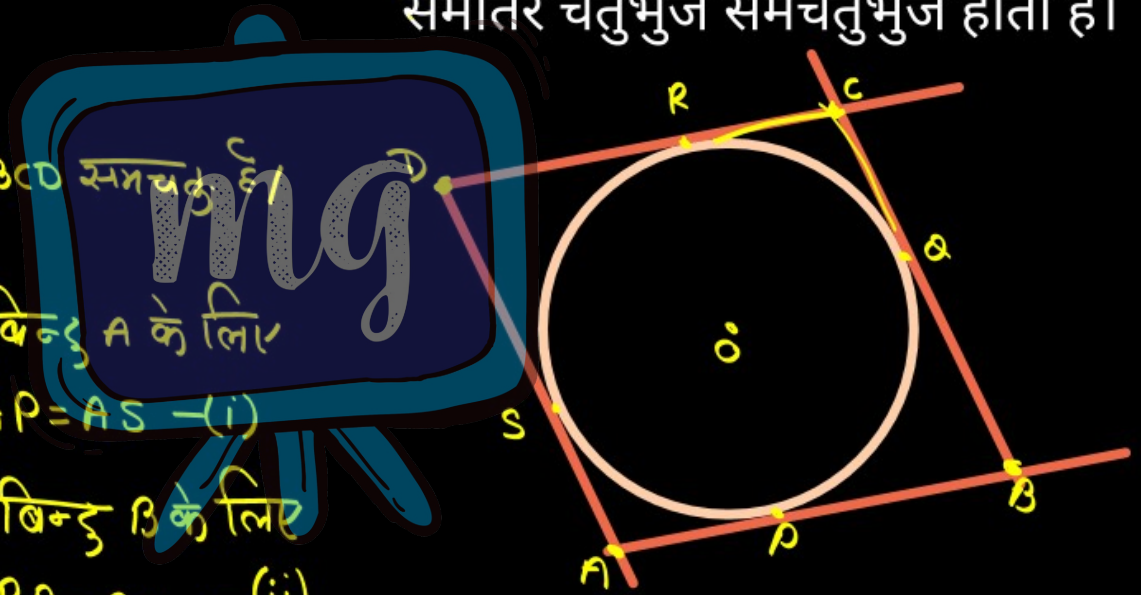
बिन्दु A के लिए

$$AP = AS \text{ --- (i)}$$

बिन्दु B के लिए

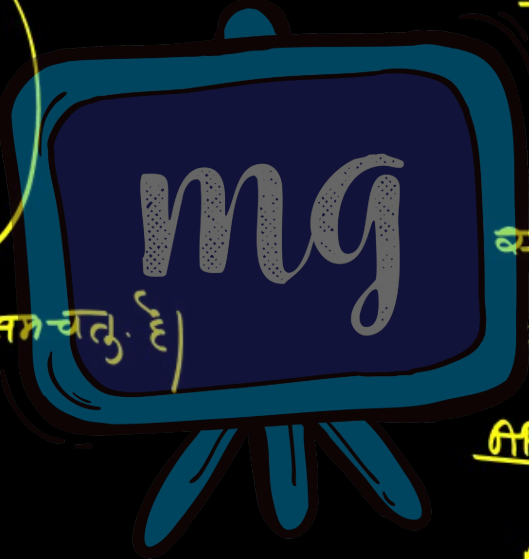
$$BP = BQ \text{ --- (ii)}$$

11. सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के परिगत समांतर चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है।



$$\begin{aligned}
 AB &= AD \\
 AD &= BC \\
 AB &= DC \\
 \Rightarrow DC &= AD
 \end{aligned}$$

अतः ABCD एक चतुर्भुज है।



बिन्दु C के लिए

$$CR = CQ \text{ --- (iii)}$$

बिन्दु D के लिए

$$DR = DS \text{ --- (iv)}$$

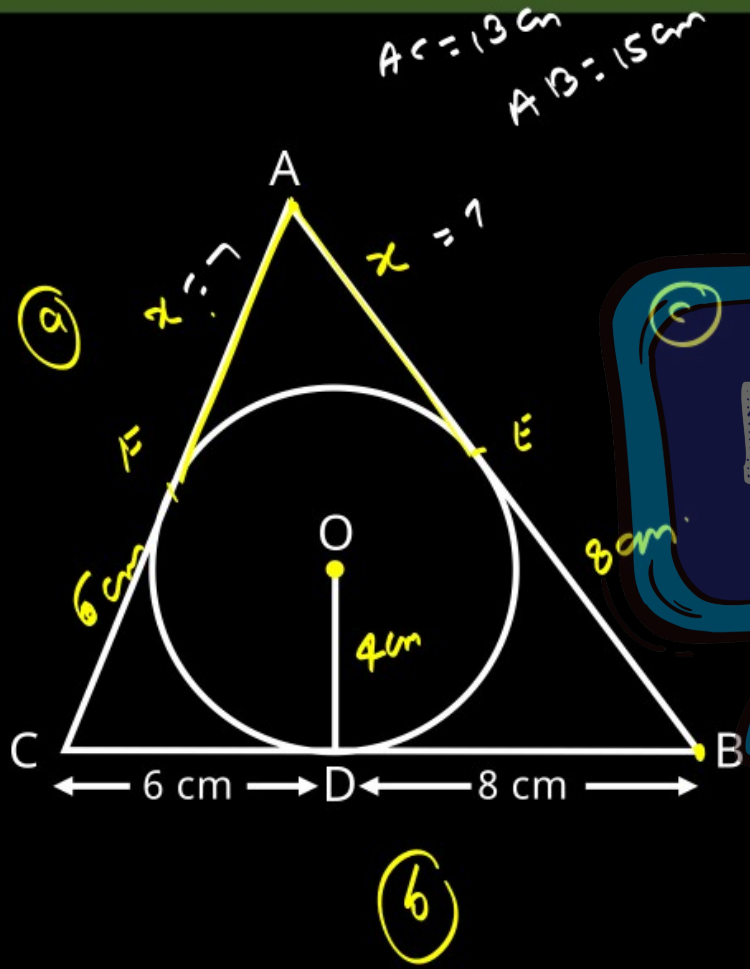
समी. (i), (ii), (iii) और (iv) को जोड़ने पर

$$AP + BP + CR + DR = AS + DS + BQ + CQ$$

$$AB + CD = AD + BC$$

$$AB + AB = AD + AD$$

$$\cancel{AB} = \cancel{AD}$$



12. 4 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के परिगत एक त्रिभुज ABC इस प्रकार खींचा गया है कि रेखाखंड BD और DC (जिनमें स्पर्श बिंदु D द्वारा BC विभाजित है) की लंबाइयाँ क्रमशः 8cm और 6cm हैं। भुजाएँ AB और AC ज्ञात कीजिए।

हल:- $CD = 6 \text{ cm}$, $DB = 8 \text{ cm}$

AB तथा AC केन्द्र O वाले वृत्त को क्रमशः E तथा F पर स्पर्श करती है।

ΔABC का क्षेत्रफल,

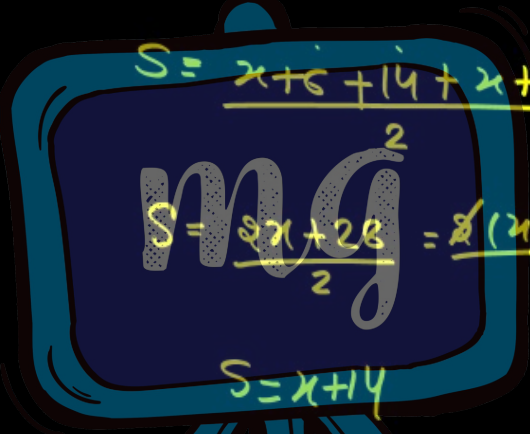
$$\text{हिरोन सूत्र} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$a = x+6$$

$$b = 14$$

$$c = x+8$$



$$s = \frac{x+6+14+x+8}{2}$$

$$s = \frac{3x+28}{2} = \frac{x(x+14)}{x}$$

$$s = x+14$$

$$= \sqrt{(x+14)[x+14-(x+6)][x+14-14][x+14-(x+8)]}$$

$$= \sqrt{(x+14)[x+14-6-x] \times [x+14-x-8]}$$

$$= \sqrt{(x+14) \times (8)(6)}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \sqrt{(x+14) \cdot x \cdot 4 \cdot 8} \quad \text{--- (i)}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta AOB + \Delta BOC + \Delta AOC$$

$$(\Delta \text{ का क्षेत्रफल}) = \frac{1}{2} \times \text{आ.} \times \text{उ.}$$

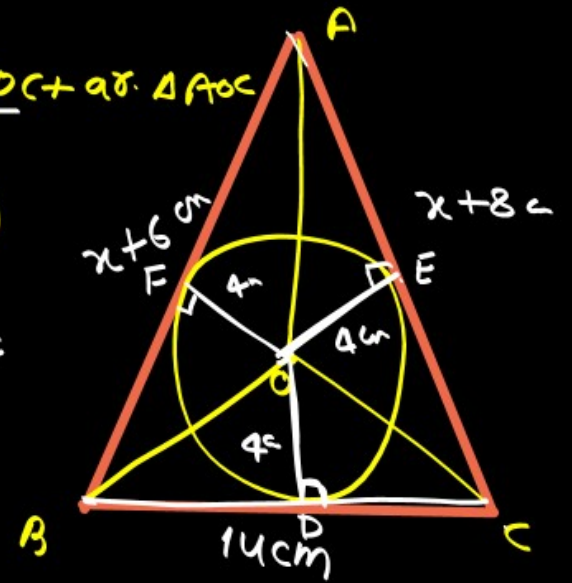
$$= \frac{1}{2} \times AB \times OF + \frac{1}{2} \times BC \times OD + \frac{1}{2} \times AC \times OE$$

$$= \frac{1}{2} \times (x+6) \times x + \frac{1}{2} \times 14 \times x + \frac{1}{2} \times (x+8) \times x$$

$$= 2(x+6) + 28 + 2(x+8)$$

$$= 2x + 12 + 28 + 2x + 16$$

$$= 4x + 56 \quad \text{--- (ii)}$$



अमी. (i) और (ii) के

$$\sqrt{(x+14) \cdot x \cdot 48} = 4x + 56$$

$$\sqrt{(x+14) \cdot x \cdot 48} = 4(x+14)$$



दोनों तरफ वर्ग करने पर,

$$\left(\sqrt{(x+14) \cdot x \cdot 48} \right)^2 = [4(x+14)]^2$$

$$(x+14) \cdot x \cdot 48 = 16 \cdot (x+14)^2$$

$$3x = x + 14$$

$$3x - x = 14$$

$$2x = 14$$

$$x = 7 \text{ cm}$$

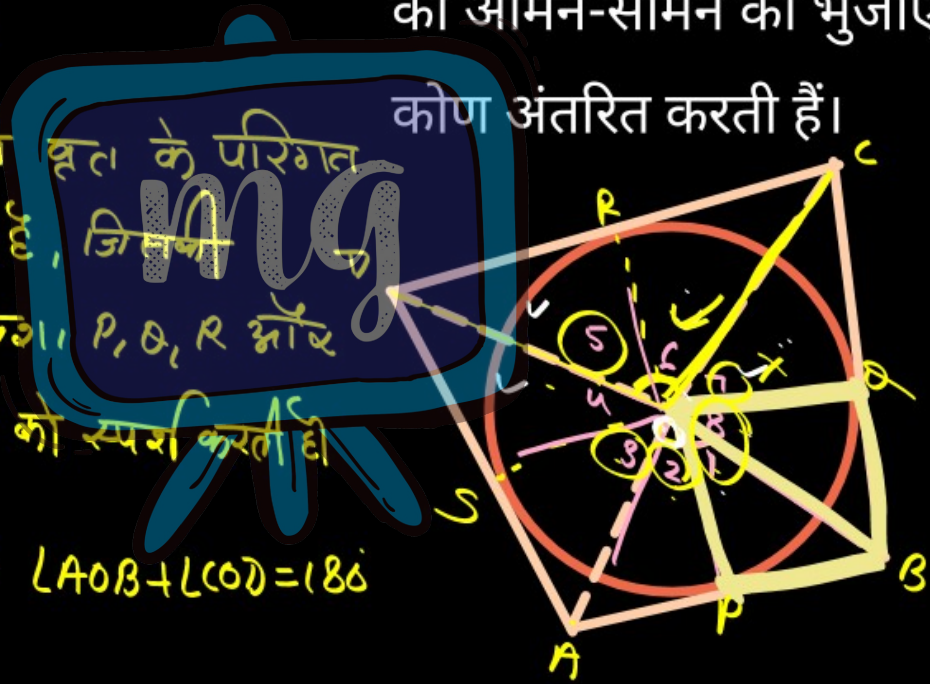


13. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के परिगत बनी चतुर्भुज की आमने-सामने की भुजाएँ केंद्र पर संपूरक कोण अंतरित करती हैं।

दिखा हुआ:-

केंद्र O वाले वृत्त के परिगत चतुर्भुज ABCD है, जिसकी भुजाएँ क्रमशः P, Q, R और S पर वृत्त को स्पर्श करती हैं।

लिख करना:- $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$



इसी प्रकार

$$\Delta OQC \cong \Delta ODC$$

CPCT से

$$L7 = L6 \text{ --- (ii)}$$

$$\Delta OSD \cong \Delta ORD$$

CPCT से

$$L4 = L5 \text{ --- (iii)}$$

$$\Delta OPA \cong \Delta OSA$$

$$L3 = L2 \text{ --- (iv)}$$

रचना:-

केंद्र O को P, O, R और S तक
मिलाया।

उपपत्ति:-

ΔOPB और ΔOQB में

$$OP = OQ \text{ (त्रिज्या)}$$

$$OB = OB \text{ (उभयनिष्ठ भुजा)}$$

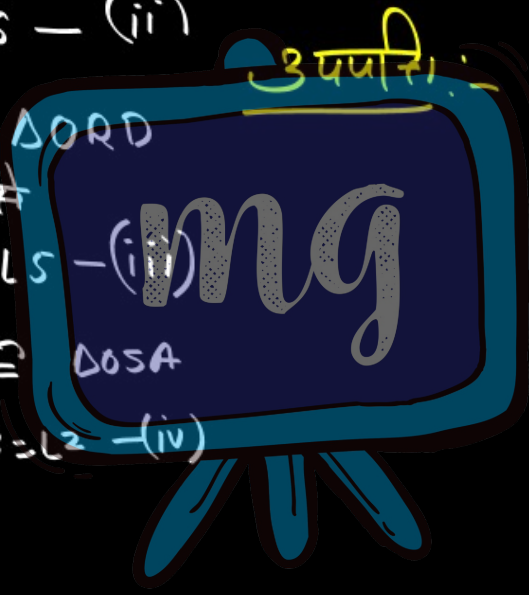
$$BP = BQ \text{ (प्रमेय 1.2)}$$

SSS सर्वांगसमता से

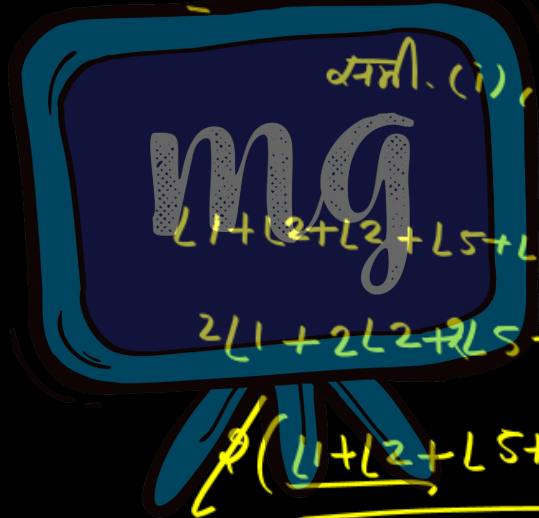
$$\Delta OPB \cong \Delta OQB$$

CPCT से

$$L1 = L8 \text{ --- (i)}$$



$$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8 = 360$$



समी. (i), (ii), (iii) और (iv) से

$$L_1 + L_2 + L_3 + L_5 + L_5 + L_6 + L_6 + L_1 = 360$$

$$2L_1 + 2L_2 + 2L_5 + 2L_6 = 360$$

$$\cancel{\frac{1}{2}(L_1 + L_2 + L_5 + L_6)} = \frac{180}{\cancel{360}}$$

$$\boxed{L_{AOB} + L_{COD} = 180} \quad \text{"H.P."}$$