KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

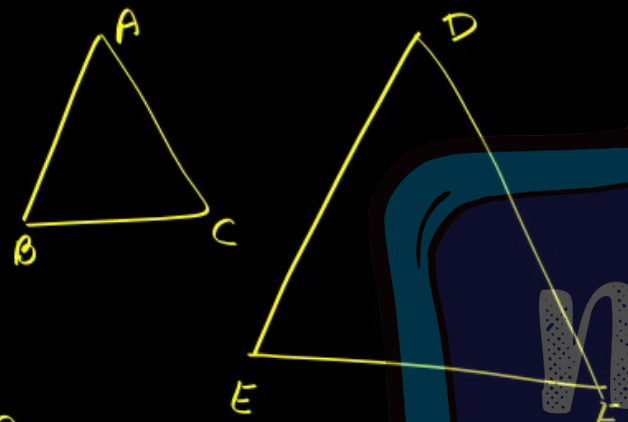
कक्षा - 10

गणित

अध्याय - 6
त्रिभुज

भाग - 7

केशव शर्मा



प्रमेय 6.4

यदि दो त्रिभुजों में एक त्रिभुज की भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की भुजाओं के समानुपाती (अर्थात् एक ही अनुपात में) हों, तो इनके संगत कोण बराबर होते हैं, और इसीलिए दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

दिया हुआ :- $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

सिद्ध करना :- (i) $\angle A = \angle D$

$\angle B = \angle E$

$\angle C = \angle F$

(ii) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

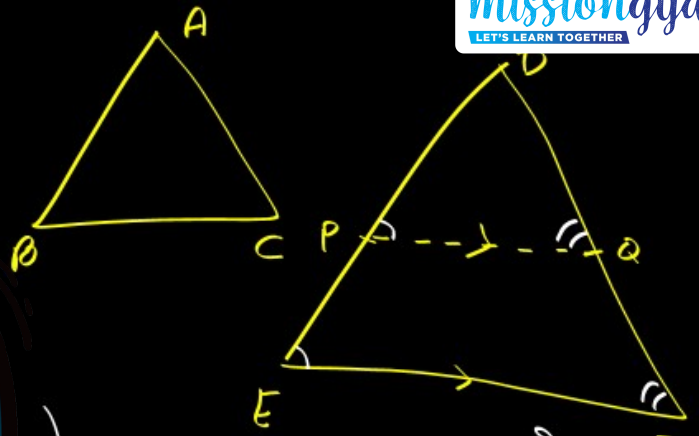
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

रचना:- DE व DF पर बिन्दु P व Q इस प्रकार लिए कि

$AB = DP$

$AC = DQ$



उपपत्ति:-

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (दिया हुआ)

$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ [$AB = DP$, $AC = DQ$ रचना से]

प्रमेय 6.2

$PQ \parallel EF$

$\angle P = \angle E$

$\angle Q = \angle F$ {संगत कोण}

$\triangle DPQ$ व $\triangle DEF$ में

$\angle P = \angle E$

$\angle Q = \angle F$

AA समरूपता से

$\triangle DPQ \sim \triangle DEF$

$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{PQ}{EF}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF}$$

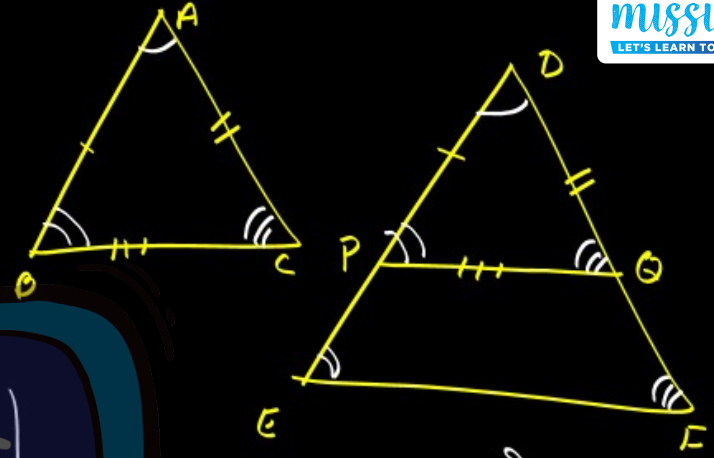
$$\frac{AB}{DE} = \frac{PQ}{EF} \quad \{AB = DP\} \quad \text{— (i)}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \quad \text{— ii} \quad \{\text{दिया हुआ}\}$$

समी. (i) व (ii) से

$$\frac{PQ}{EF} = \frac{BC}{EF}$$

$$\boxed{PQ = BC} \quad \text{— (iii)}$$



$\triangle ABC$ व $\triangle DPQ$ में

$AB = DP$ {रचना से}
$AC = DQ$ {रचना से}
$BC = PQ$ {समी. (iii) से}

SSS सर्वांगसमता से

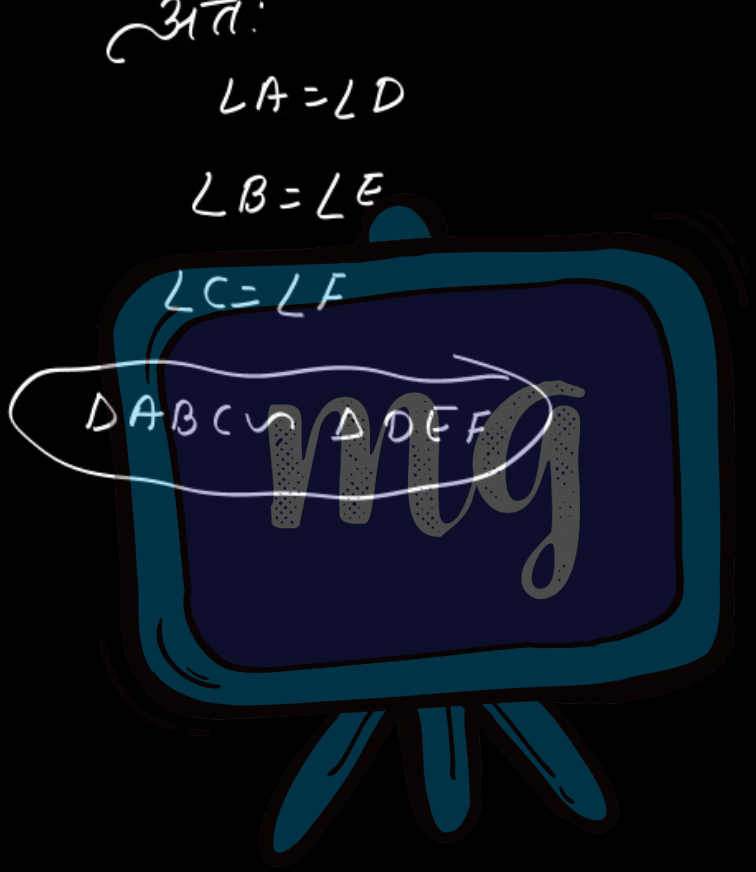
$\triangle ABC \cong \triangle DPQ$

CPCT से

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle P$, $\angle C = \angle Q$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



इस कसौटी को दो त्रिभुजों की समरूपता की SSS (भुजा–भुजा–भुजा) कसौटी कहा जाता है।



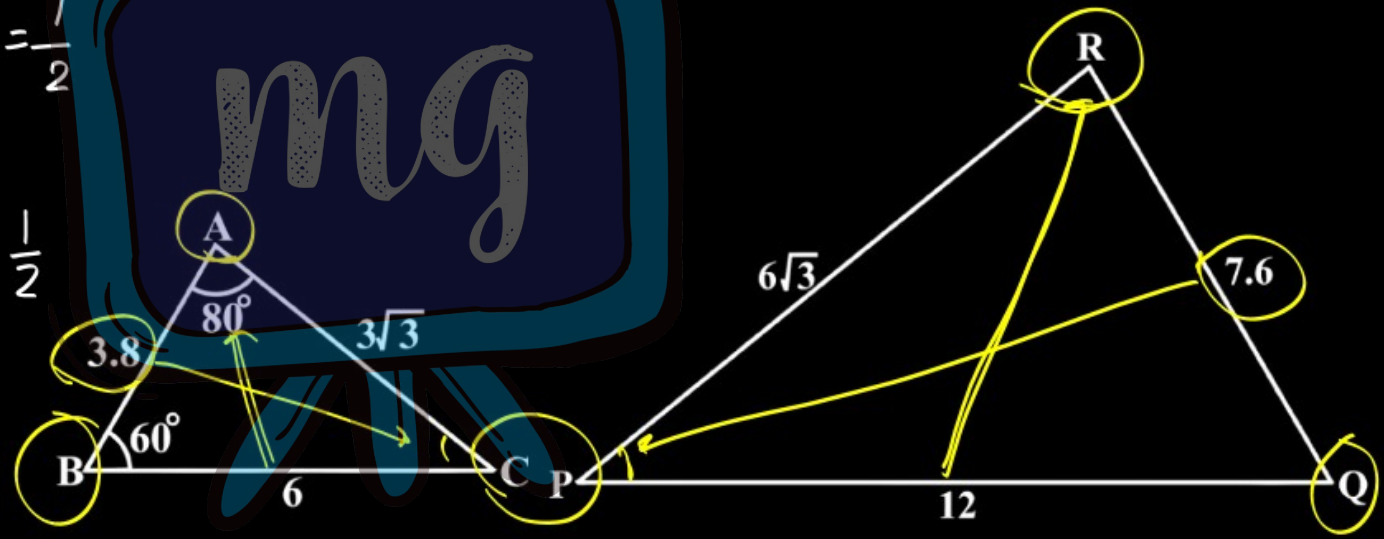
$\frac{BC}{PQ} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$\frac{AB}{RQ} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{AC}{RP} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

उदाहरण 5.

आकृति में $\angle P$ ज्ञात कीजिए।



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$\frac{BC}{PQ} = \frac{AB}{RQ} = \frac{AC}{RP}$$

प्रमेय 6.4 से

$\triangle ABC \sim \triangle RQP$

$\angle A = \angle R$

$\angle B = \angle Q$

$\angle C = \angle P$

त्रिभुज के तीनों कोणों का योग = 180°

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$80^\circ + 60^\circ + \angle C = 180^\circ$

$140^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 140^\circ$

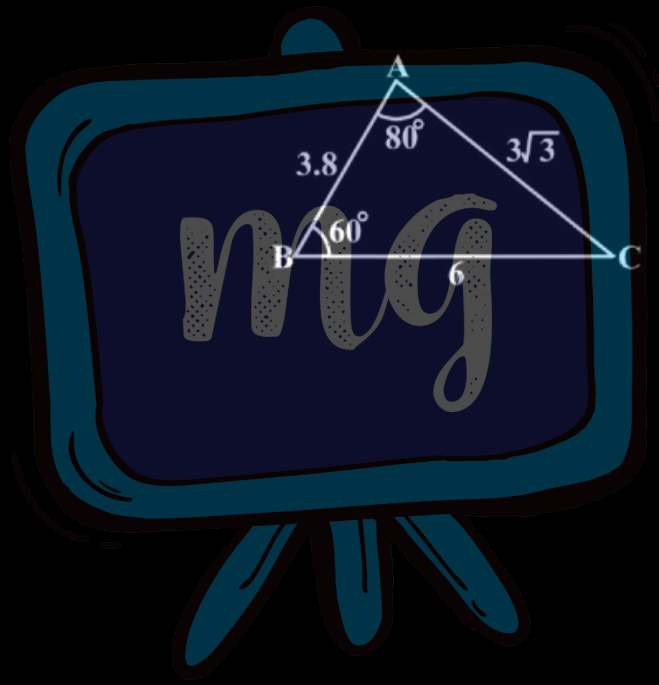
$\angle C = 40^\circ$

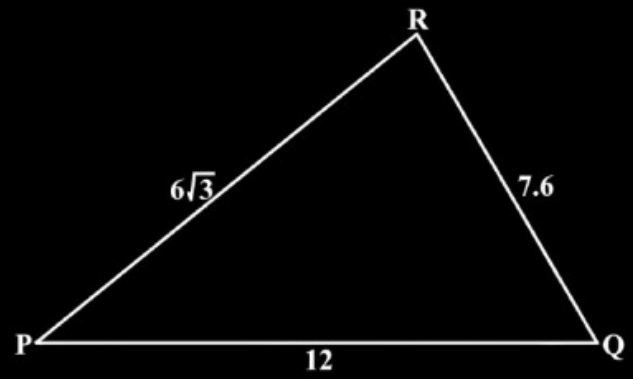
अतः $\angle P = 40^\circ$

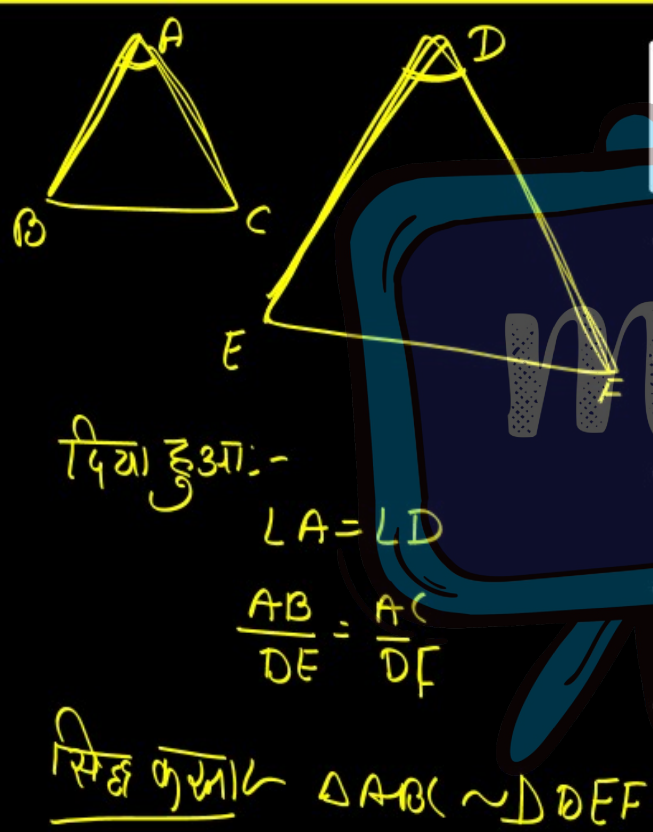
KOLORS
make life better

त्रिभुज

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER







प्रमेय 6.5

यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अंतर्गत करने वाली भुजाएँ समानुपाती हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

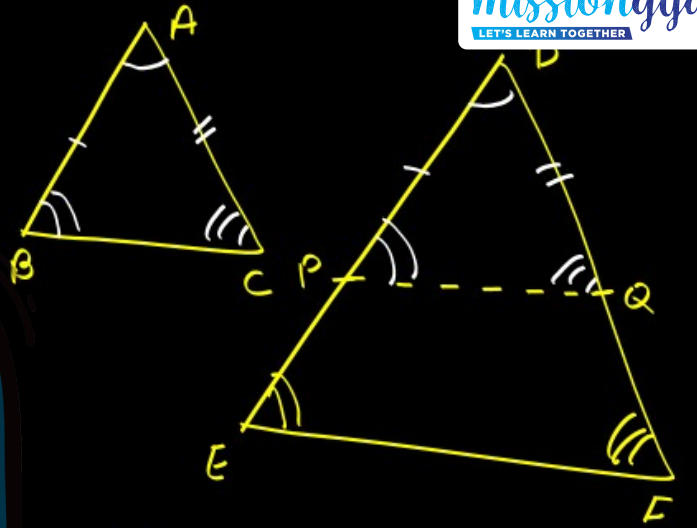
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

रचना :- DE व DF पर बिन्दु P व Q इस प्रकार लिये कि

$AB = DP$

$AC = DQ$



उपपत्ति :-

$\triangle ABC$ व $\triangle DPQ$ में

$\angle A = \angle D$ (दिया हुआ)

$AB = DP$ {रचना से}

$AC = DQ$ {रचना से}

SAS सर्वांगसमता से

$\triangle ABC \cong \triangle DPQ$

CPCT से

$\angle B = \angle P$, $\angle C = \angle Q$ —(i)

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (दिया हुआ)

$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ {$AB = DP$, $AC = DQ$}

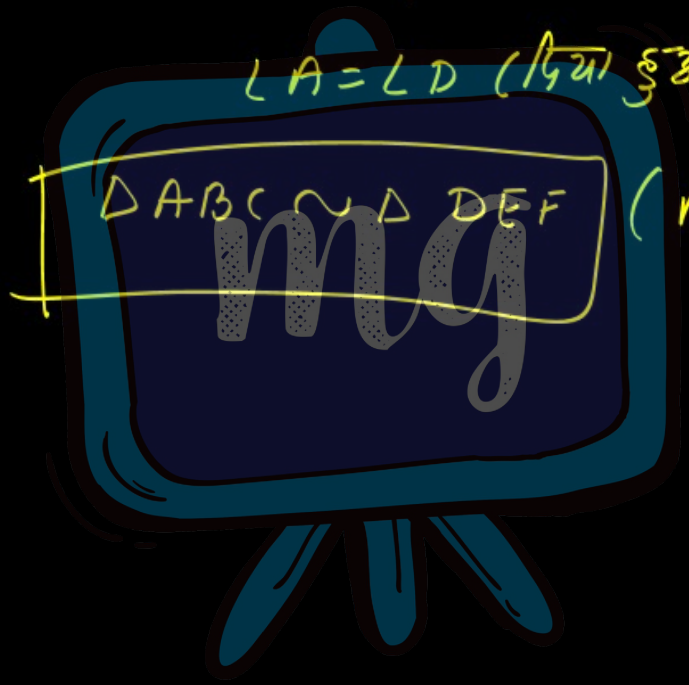
प्रमेय 6.2 से

$PQ \parallel EF$

$\angle P = \angle E$, $\angle Q = \angle F$ —(ii)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



क्यूंकि - (i) व (ii) से

$\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

$\angle A = \angle D$ (दिया हुआ)

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AAA समरूपता)