Under CSR Support by ipca | Foundation

ARJUN BATCH

कक्षा-9वीं | गणित

सांख्यिकी

CHAPTER-12 | PART-01

04 सितंबर 2026 | 06:00 PM



RIICO | missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

सांख्यिकी

अर्थपूर्ण सूचनाएँ उपलब्ध करने से संबंधी अध्ययन गणित की जिस शाखा के अन्तर्गत किया जाता है, उसे सांख्यिकी कहते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

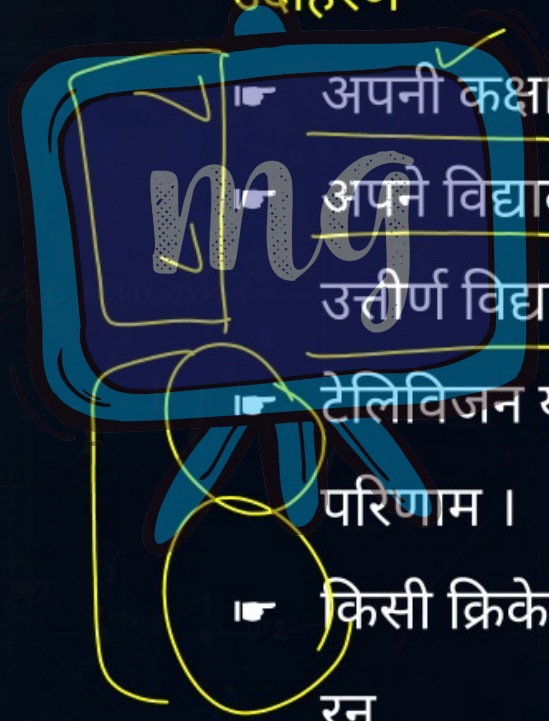
- सांख्यिकी की अंग्रेजी शब्द 'Statistics' की व्युत्पत्ति लैटिन भाषा के शब्द 'status' से हुई है। जिसका अर्थ एक राज्य है।
- सांख्यिकी में हम सूचनाएँ गणितिय अंकों के रूप में एकत्रित करते हैं। जिन्हें आँकड़ें कहते हैं।

(Data)

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

दैनिक जीवन में आँकड़ों के एकत्रिकरण से संबंधित उदाहरण



- अपनी कक्षा में छात्रों की संख्या ।
- अपने विद्यालय की कक्षा 12 में प्रथम श्रेणी से उत्तीर्ण विद्यार्थियों की संख्या।
- टेलिविजन या समाचार पत्रों से प्राप्त चुनाव परिणाम ।
- किसी क्रिकेट मैच में बल्लेबाजों द्वारा बनाये गये रन

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- पिछले 10 वर्षों में परिवहन विभाग द्वारा किये गये चालान ।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

आँकड़ों के प्रकार

सूचनाएँ अथवा आँकड़ें जिस स्रोत से प्राप्त किये जा रहे है उसके आधार पर आँकड़े निम्न दो प्रकार के होते हैं।

1. प्राथमिक आँकड़ें
2. द्वितीयक आँकड़ें या गौण आँकड़ें

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

1. प्राथमिक आँकड़ें

यदि कोई अनुसंधानकर्ता किसी उद्देश्य या योजना को ध्यान में रखकर स्वयं आँकड़ों का संग्रह करता है तो प्राप्त आँकड़े **प्राथमिक आकड़े** कहलाते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण :

1. अपनी कक्षा में छात्रों की संख्या।
2. अपने विद्यालय में पंखों की संख्या।
3. पिछले दो वर्षों के घर की बिजली के बिलों की संख्या।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

2. द्वितीयक या गौण आँकड़ें

यदि कोई अनुसंधानकर्ता किसी किसी अन्य उद्देश्य के लिए संग्रहित आँकड़ों को अपने अनुसंधान में प्रयोग में ले तो उन आँकड़ों को **गौण आँकड़े** कहते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण :

1. टेलीविजन या समाचार-पत्रों से प्राप्त चुनाव परिणाम।
2. शैक्षिक सर्वेक्षण से प्राप्त साक्षरता दर के आँकड़े।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

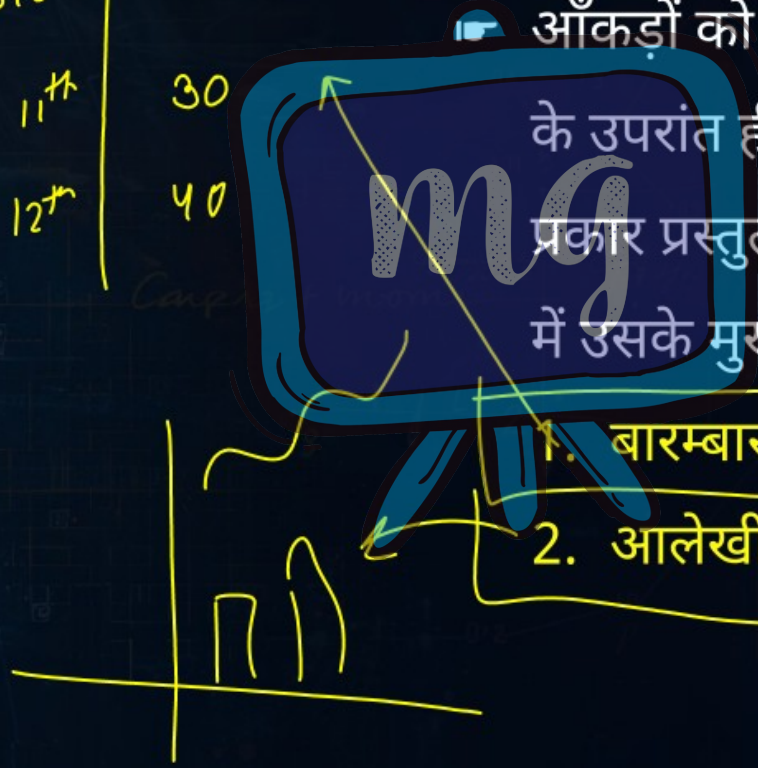
आँकड़ों का प्रस्तुतिकरण

आँकड़ों को एकत्रित करने का काम समाप्त होने के उपरांत ही अंवेषक को इन आंकड़ों को ऐसे रूप में प्रस्तुत करने की विधियों को ज्ञात करना होता है जो अर्थपूर्ण हो, सरलता से समझी जा सकती हों और एक ही झलक में उसके मुख्य लक्षणों को जाना जा सकता हो

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

Class 9th	35
Class 10th	40
11th	30
12th	40



आँकड़ों के प्रस्तुतिकरण के प्रकार

- आँकड़ों को एकत्रित करने का काम समाप्त होने के उपरांत ही अंवेषक को इन आंकड़ों को निम्न प्रकार प्रस्तुत कर सकता है ताकि एक ही झलक में उसके मुख्य लक्षणों को जाना जा सके।

1. बारम्बारता बंटन सारणी।
2. आलेखीय निरूपण।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

Marks	
0 – 2	4
2 – 4	6
4 – 6	7
6 – 8	10
8 – 10	13

Under CSR Support by
ipca | Foundation

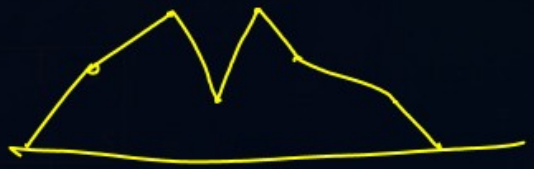
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

☛ आँकड़ों के आलेखीय निरूपण में हम आँकड़ों को निम्न तीन प्रकार के आलेखों द्वारा निरूपित करेंगे।

1. दण्ड आलेख।
2. आयतचित्र।
3. बारम्बारता बहुभुज।







Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

1, 2, 4, 2

3, 5, 6, 8, 9

1, 2, 5, 6

9 - 1 = 8

आँकड़ों का परिसर

- किसी सर्वेक्षण में प्राप्त विभिन्न आँकड़ों में से अधिकतम आँकड़ें तथा न्यूनतम आँकड़ें के मानो का अन्तर अभिष्ट आँकड़ों का परिसर कहलाता है।
- यदि आँकड़ों के परिसर का मान उच्च होता है तो हम आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण वर्गीकृत बारम्बारता बंटन द्वारा करेंगे अन्यथा अवर्गीकृत बारम्बारता बंटन द्वारा करते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

mg missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बारम्बारता (frequency)

किसी सर्वेक्षण में प्राप्त विभिन्न आँकड़ों में से प्रत्येक आँकड़ा जितनी बार प्राप्त होता है वह संख्या उस आँकड़े की बारम्बारता कहलाती है।

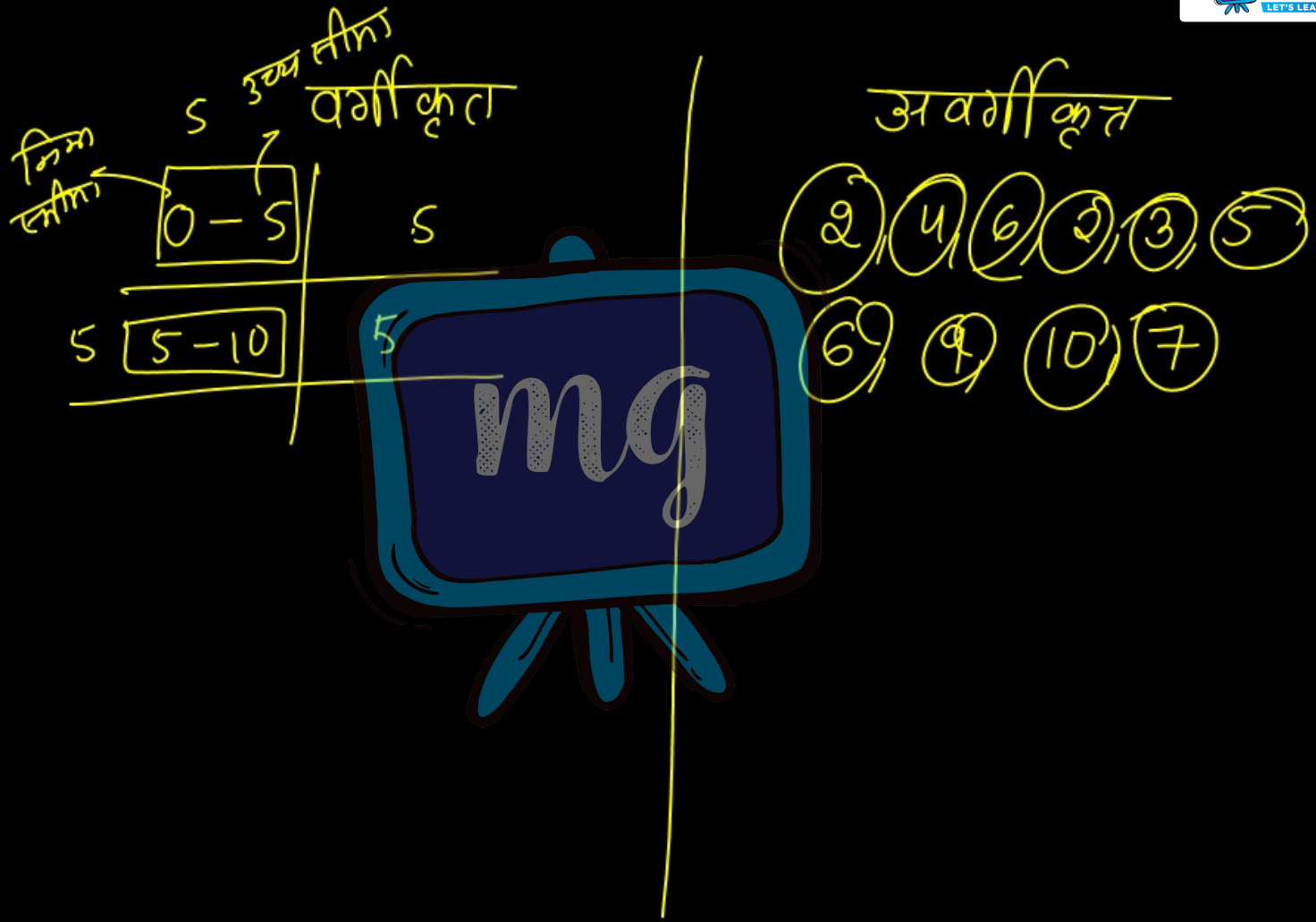
Suryavanshom → 20

PUBG → 60

	बारम्बारता
Pappu	70
Pintu	15
Bantu	10
fanz	50

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

वर्गीकृत बारम्बारता बंटन

यदि सर्वेक्षण में प्राप्त आँकड़ों का परिसर उच्च है तथा आँकड़ों की संख्या भी बहुत अधिक होती है तो प्रत्येक आँकड़ें को बंटन सारणी में दिखाना सम्भव नहीं होता है। अतः हम इस प्रकार के आँकड़ों को विभिन्न वर्गों (समूहों) में विभाजित करके बंटन सारणी द्वारा प्रदर्शित करते हैं। जिसे **वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी** कहते है।

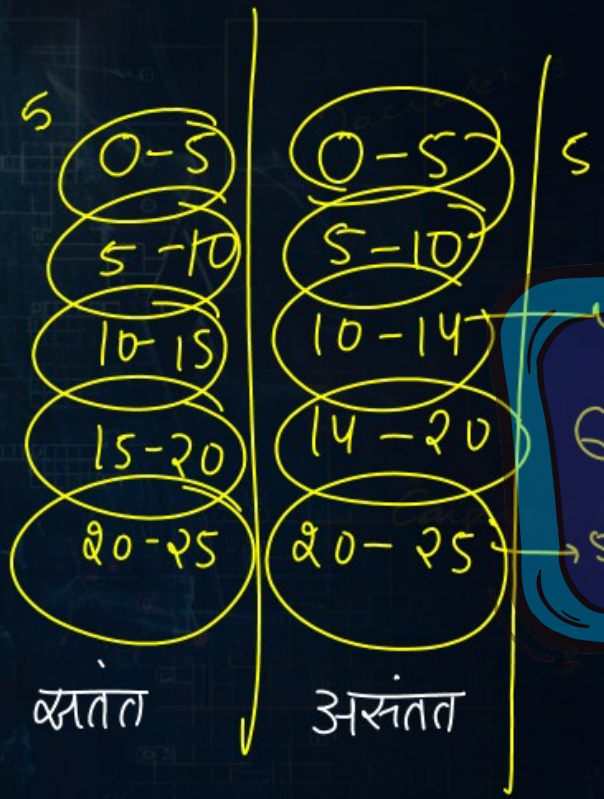
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी में विभिन्न वर्गों या समूहों को **वर्ग या वर्ग अन्तराल** कहा जाता है तथा इनके अन्तर को **वर्ग-माप** या **वर्ग अन्तराल** की माप कहते है।
- प्रत्येक वर्ग की छोटी संख्या को **निम्न सीमा** तथा बड़ी संख्या को **उच्च सीमा** कहा जाता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



असंतत बारम्बारता बंटन सारणी

यदि एक वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी के क्रमागत वर्ग अन्तराल इस प्रकार है कि प्रत्येक वर्ग की उच्च सीमा अपनी अगले वर्ग की निम्न सीमा के बराबर है तब वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सारणी **संतत बारम्बारता बंटन सारणी** कहलाती है। अन्यथा इसे **असंतत बारम्बारता बंटन सारणी** कहते है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

☛ असंतत बारम्बारता बंटन सारणी को संतत बारम्बारता बंटन सारणी में बदला जा सकता है।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आँकड़ों का आलेखीय निरूपण

प्राचीन कहावत है कि एक चित्र हजार शब्द से भी उत्तम होता है। अतः अलग-अलग मदों की तुलनाओं को आलेखों (graphs) की सहायता से अच्छी तरह से दर्शाया जाता है। तब वास्तविक आँकड़ों की तुलना में इस नियपण को समझना अधिक सरल हो जाता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

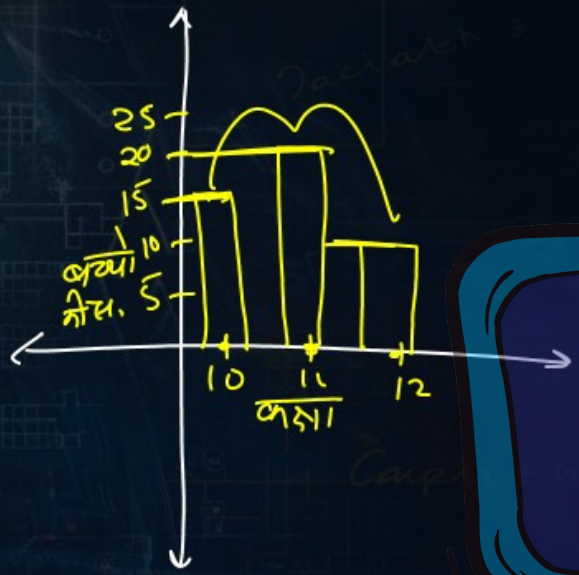
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

☛ इस अध्याय में हम निम्नलिखित निरूपणों का अध्ययन करेंगे-

1. दण्ड आलेख
2. आयतचित्र
3. बारंबारता बहुभुज

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



दण्ड आलेख

दण्ड आलेख एक आँकड़ों का एक चित्रीय निरूपण होता है जिसमें एक अक्ष (माना x–अक्ष) पर चर (जिस सूचना का अध्ययन किया जा रहा है।) को प्रकट करने वाले एक समान चौड़ाई के दण्ड खींचे जाते है जिनके बीच में बराबर-बराबर दूरियाँ छोड़ी जाती हैं। चर के मान दूसरे अक्ष

(माना y-अक्ष) पर दिखाएँ जाते हैं तथा दण्डों की ऊँचाईयाँ चर के मानों पर निर्भर करती हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 1 :

नवीं कक्षा के 40 विद्यार्थियों से उनके जन्म का महीना बताने के लिए कहा गया। इस प्रकार प्राप्त आंकड़ों से निम्नलिखित आलेख बनाया गया :

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

ऊपर दिए गए आलेख को देखकर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) नवंबर के महीने में कितने विद्यार्थियों का जन्म हुआ ?

4 विद्यार्थियों

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) किस महीने में सबसे अधिक विद्यार्थियों का जन्म हुआ ?

अगस्त



Under CSR Support by
ipca | Foundation

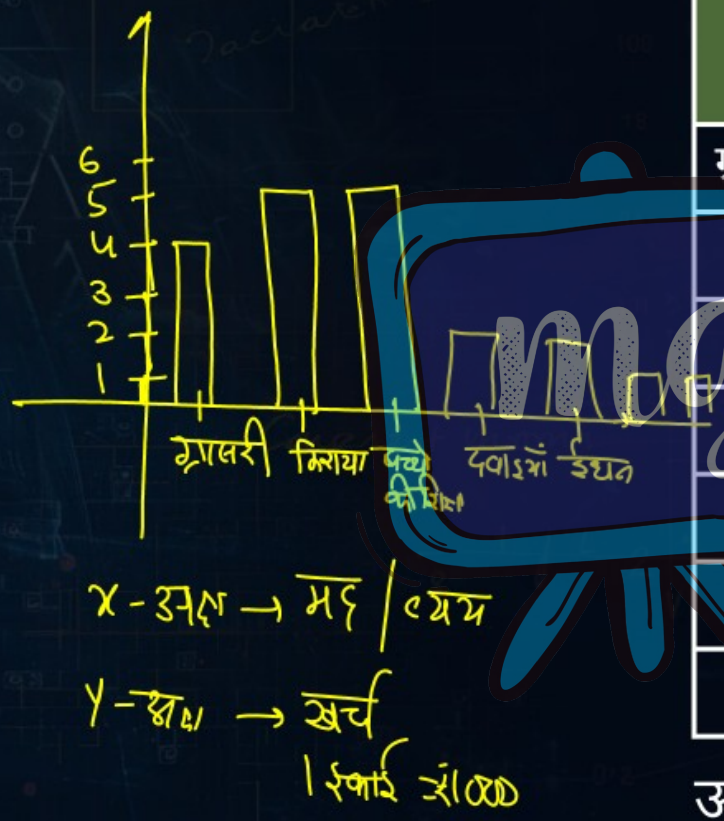
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 2 :

एक परिवार ने जिसकी मासिक आय ₹20000 है, विभिन्न मदों के अंतर्गत हर महीने होने वाले खर्च की योजना बनाई थी :

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



मद	खर्च (हजार रुपयों में)
ग्रॉसरी (परचून का सामान)	4
किराया	5
बच्चों की शिक्षा	5
दवाइयाँ	2
ईंधन	2
मनोरंजन	1
विविध	1

ऊपर दिए गए आंकड़ों का एक दंड आलेख बनाइए।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

हल :



Under CSR Support by
ipca | Foundation

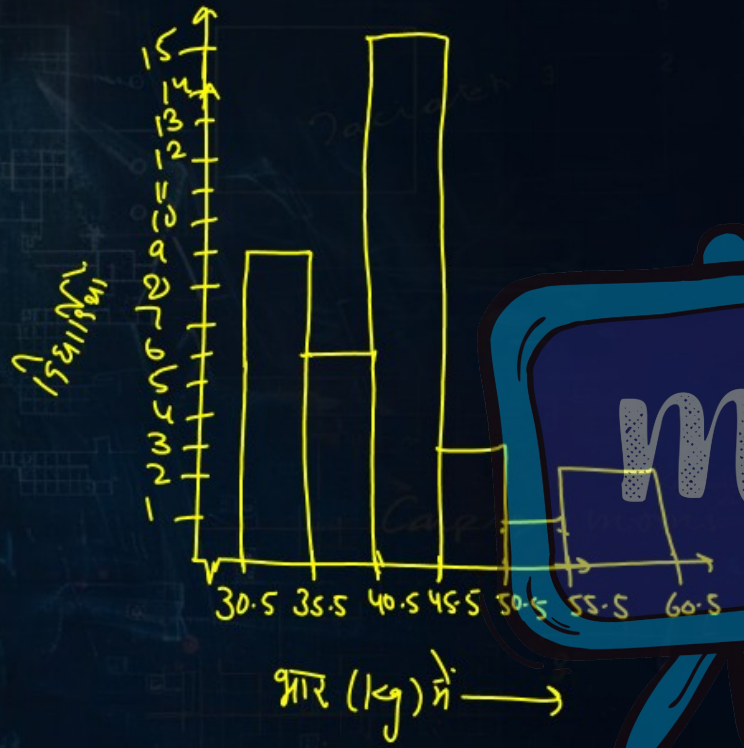
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आयतचित्र

- यदि आँकड़ें संतत वर्ग अन्तराल के रूप में दिये गऐ हो तब इन्हें आयतचित्र को माध्यम से प्रदर्शित किया जाता है।
- आयतचित्र दण्ड आलेख का ही विशेष रूप है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

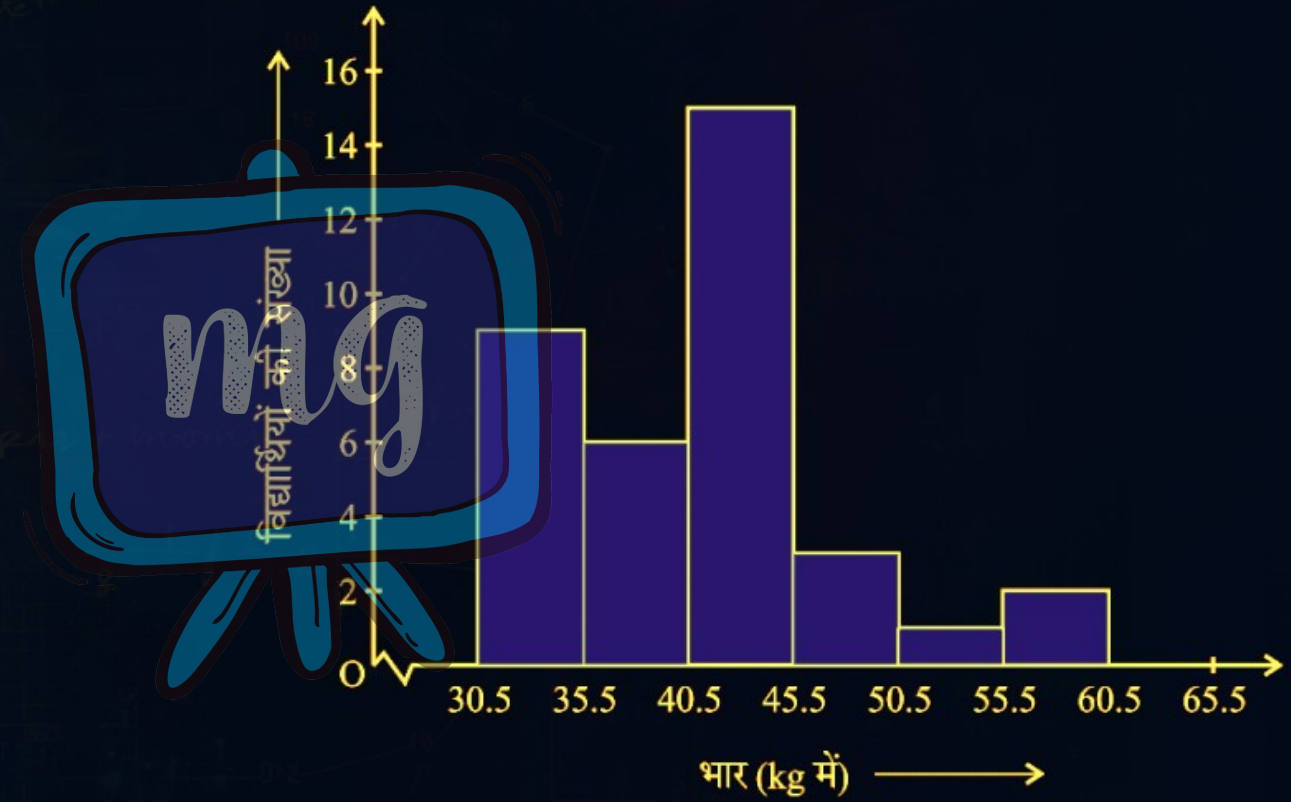
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



भार (kg में)	विद्यार्थियों की संख्या
30.5 – 35.5	9
35.5 – 40.5	6
40.5 – 45.5	15
45.5 – 50.5	3
50.5 – 55.5	1
55.5 – 60.5	2
कुल योग	**36**

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 3 :

एक अध्यापिका दो सेक्शनों के विद्यार्थियों के प्रदर्शनों का विश्लेषण 100 अंक की गणित की परीक्षा लेकर करना चाहती है। उनके प्रदर्शनों को देखने पर वह यह पाती है कि केवल कुछ ही विद्यार्थियों के प्राप्तांक 20 से कम है और कुछ विद्यार्थियों के प्राप्तांक 70 या उससे अधिक हैं। अतः, उसने विद्यार्थियों को 0-20, 20 - 30,..., 60-70, 70-100 जैसे विभिन्न माप वाले

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अंतरालों में वर्गीकृत करने का निर्णय लिया। तब उसने निम्नलिखित सारणी बनाई –

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0 – 20	7
20 – 30	10
30 – 40	10
40 – 50	20
50 – 60	20
60 – 70	15
70 – और उससे अधिक	8
कुल योग	**90**

Under CSR Support by
ipca | Foundation

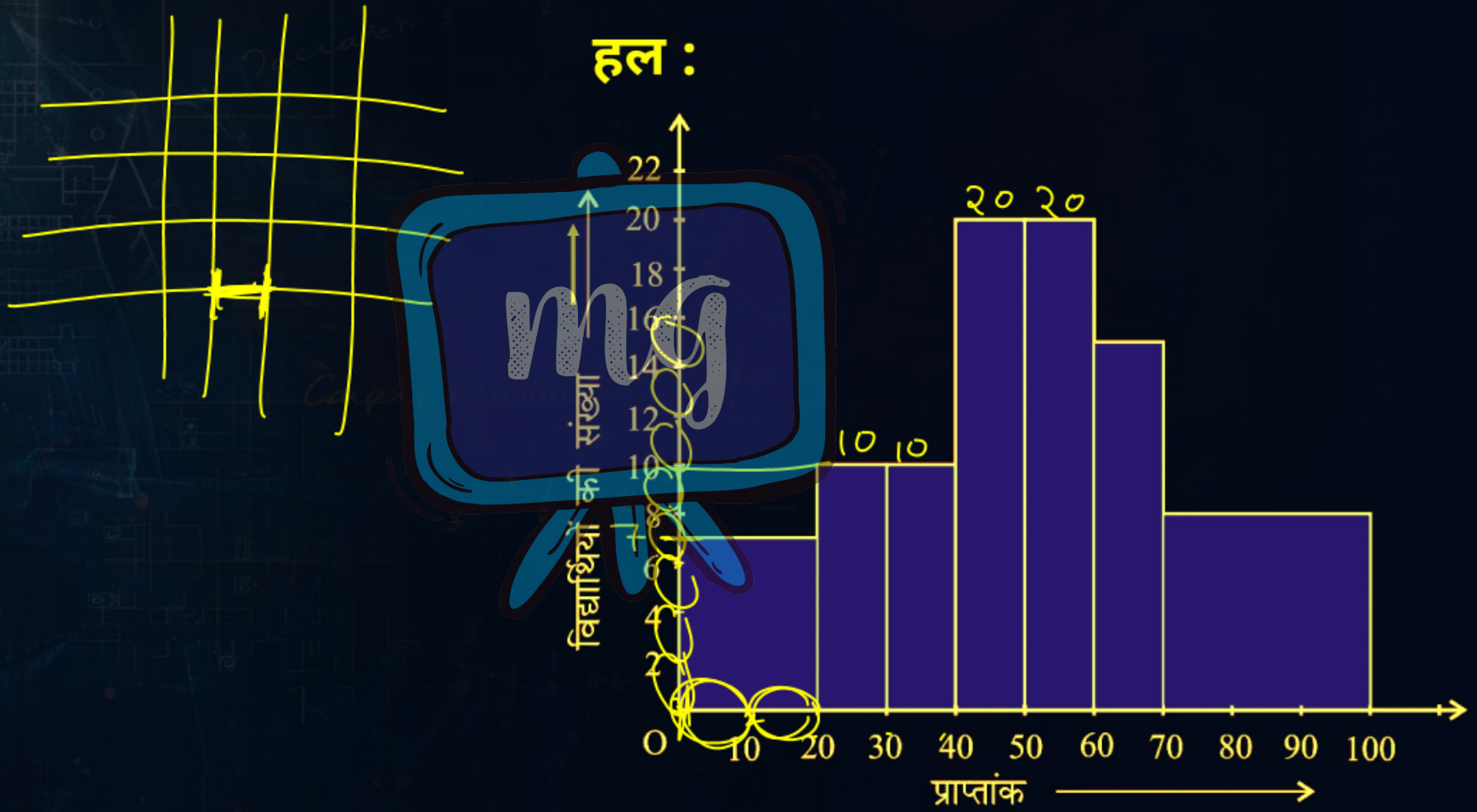
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

किसी विद्यार्थी ने इस सारणी का एक आयतचित्र बनाया, जिसे अग्र आकृति में दिखाया गया है – इस आलेखीय निरूपण की जाँच सावधानी से कीजिए। क्या आप समझते हैं कि यह आलेख आँकड़ों का सही-सही निरूपण करता है ?

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

हल :



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

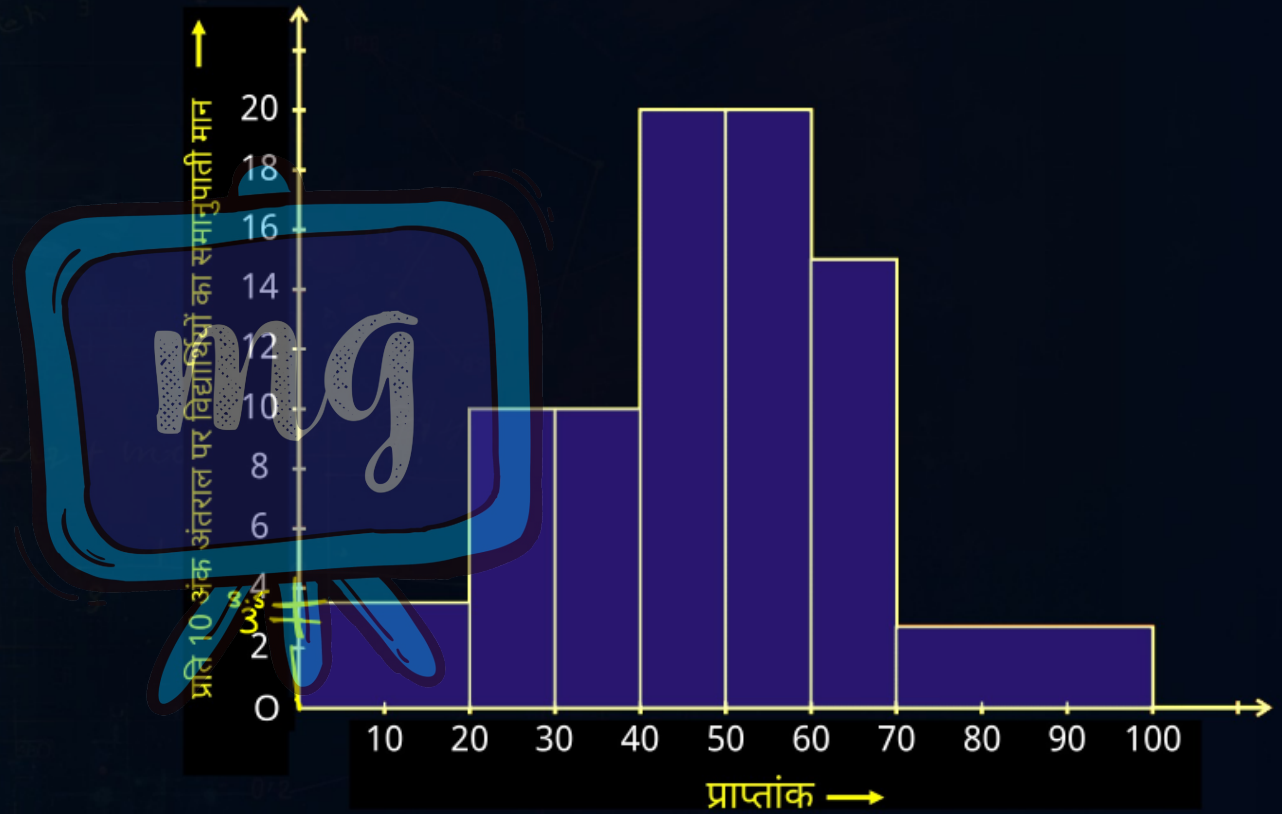
$\frac{7}{20} \times 10$

$\frac{10}{10} \times 10$

अंक	बारंबारता	वर्ग की चौड़ाई	आयत की लंबाई
0 – 20	7	20	$\frac{7}{20} \times 10 = 3.5$
20 – 30	10	10	$\frac{10}{10} \times 10 = 10$
30 – 40	10	10	$\frac{10}{10} \times 10 = 10$
40 – 50	20	10	$\frac{20}{10} \times 10 = 20$
50 – 60	20	10	$\frac{20}{10} \times 10 = 20$
60 – 70	15	10	$\frac{15}{10} \times 10 = 15$
70 – 100	8	30	$\frac{8}{30} \times 10 = 2.67$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

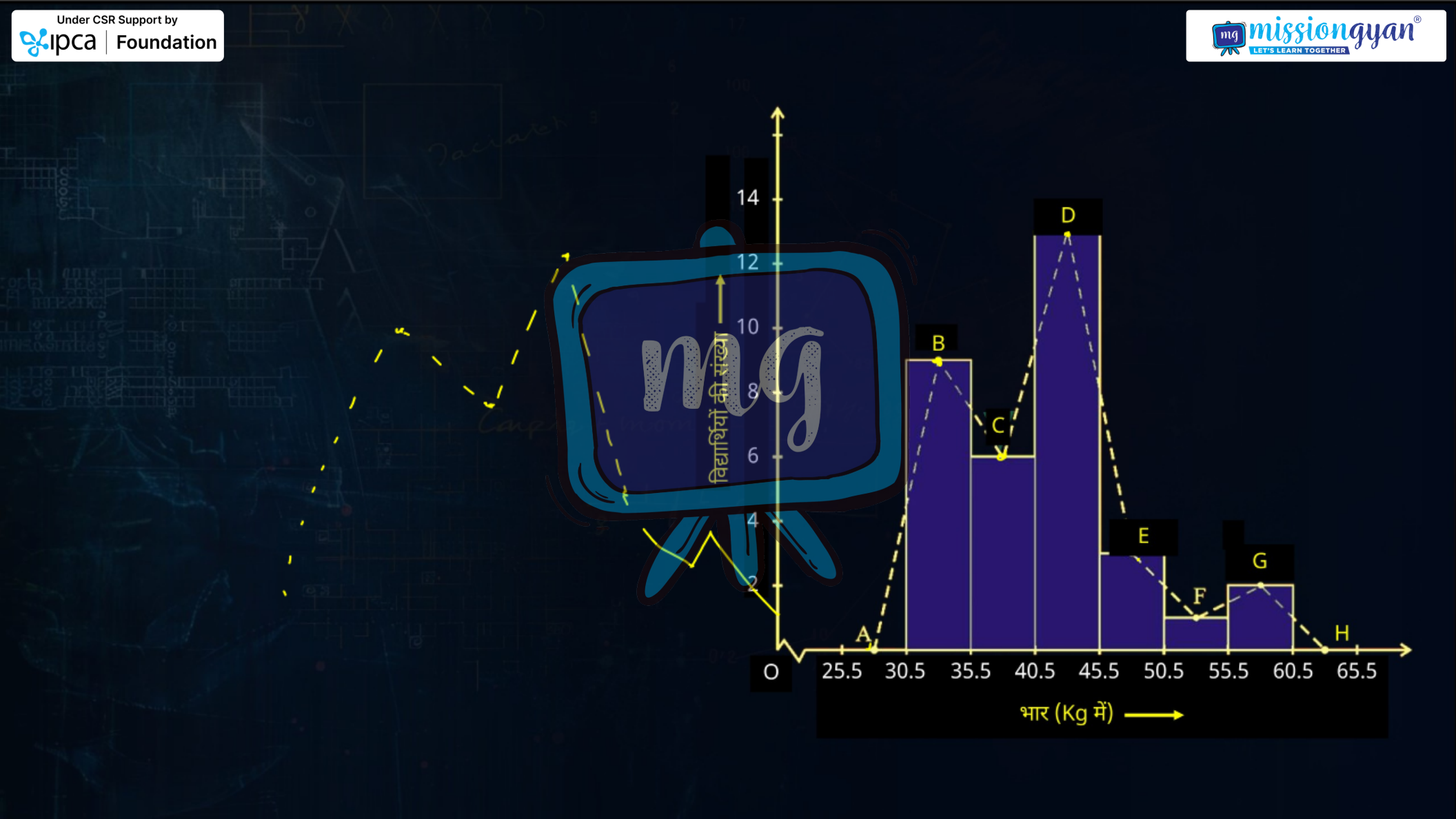
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बारम्बारता बहुभुज

- मात्रात्मक आँकड़ों और उनकी बारम्बारताओं को निरूपित करने की एक अन्य विधि है।
- बारम्बारता बहुभुज बनाने के लिए हम आयतचित्रों की ऊपरी भुजाओं के संगत मध्य बिन्दुओं को रेखाखंडों की सहायता से जोड़ देते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 4 :

एक परीक्षा में एक कक्षा के 51 विद्यार्थियों द्वारा 100 में से प्राप्त किए अंक सारणी में दिए गए हैं :

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

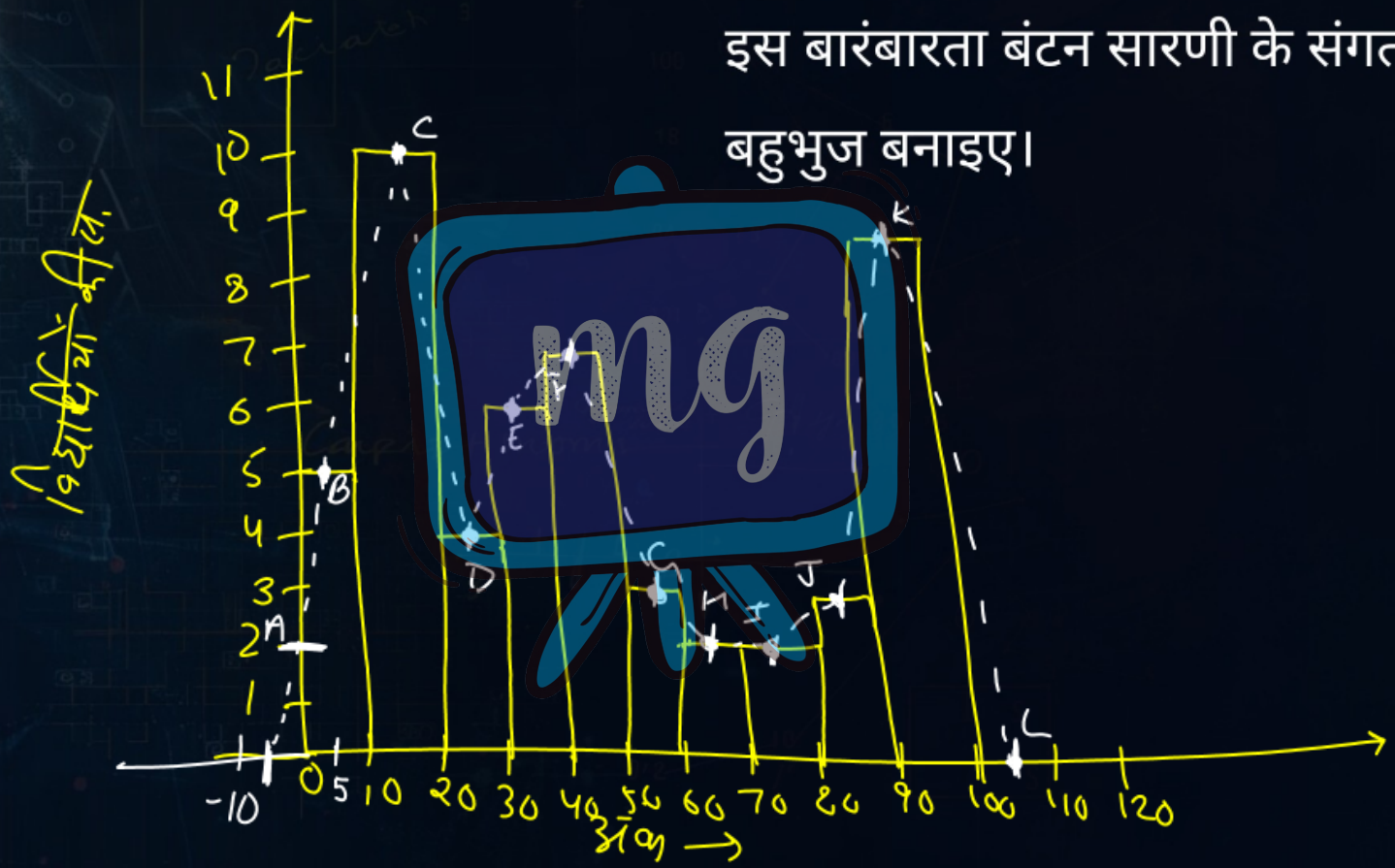
अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0 – 10	5
10 – 20	10
20 – 30	4
30 – 40	6
40 – 50	7
50 – 60	3
60 – 70	2
70 – 80	2
80 – 90	3
90 – 100	9
कुल योग	**51**

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

पैमाना x-अक्ष → अंक
1 वर्ग इकाई = 10 अंक

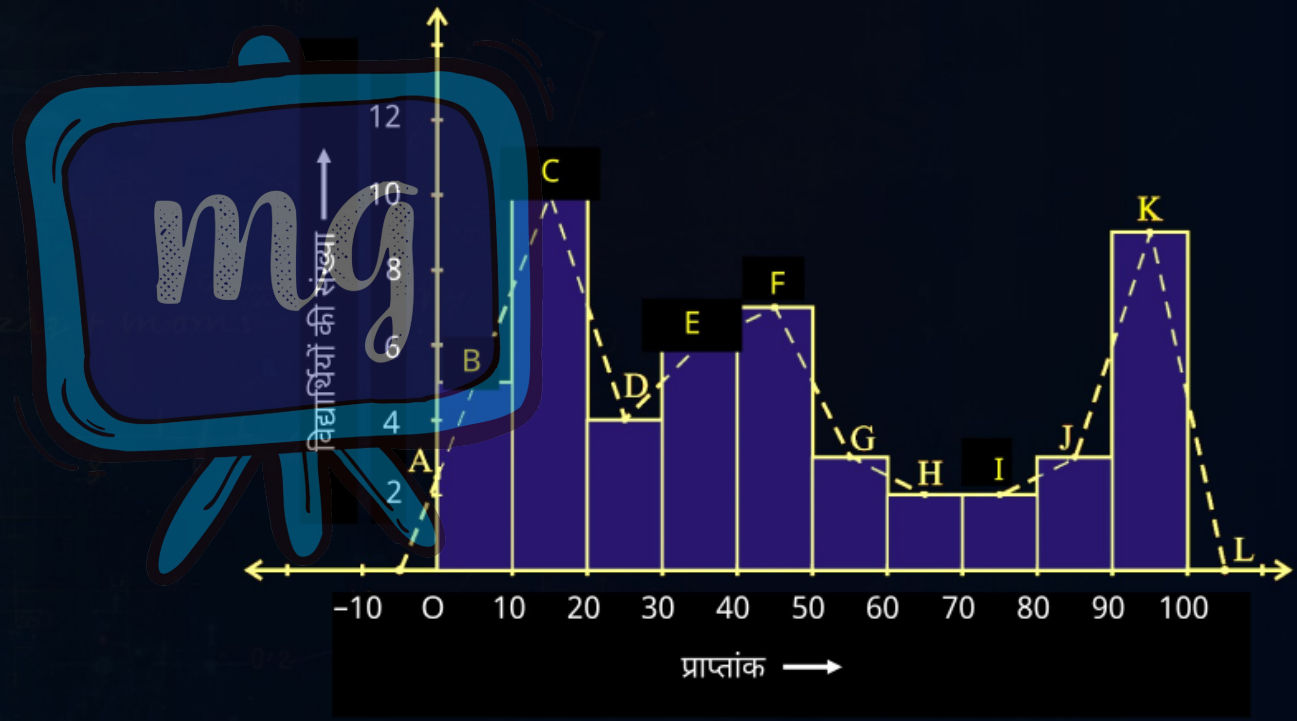
इस बारंबारता बंटन सारणी के संगत बारंबारता बहुभुज बनाइए।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

हल :



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

☛ आयतचित्र बनाए बिना ही बारंबारता बहुभुजों को स्वतंत्र रूप से भी बनाया जा सकता है। इसके लिए हमें आंकड़ों में प्रयुक्त वर्ग अंतरालों के मध्य-बिन्दुओं की आवश्यकता होती है। वर्ग अंतरालों के इन मध्य-बिंदुओं को वर्ग–चिह्न (class-marks) कहा जाता है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

☛ कसी वर्ग अंतराल का वर्ग-चिह्न ज्ञात करने के लिए, हम उस वर्ग अंतराल की उपरि सीमा (upper limit) और निम्न सीमा (lower limit) का योग ज्ञात करते हैं और इस योग को 2 से भाग दे देते हैं। इस तरह,

$$\text{वर्ग} - \text{चिह्न} = \frac{\text{उपरि सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 5 :

एक नगर में निर्वाह खर्च सूचकांक (cost of living index) का अध्ययन करने के लिए निम्नलिखित साप्ताहिक प्रेक्षण किए गए :

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

निर्वाह खर्च सूचकांक	सप्ताहों की संख्या
140 – 150	5
150 – 160	10
160 – 170	20
170 – 180	9
180 – 190	6
190 – 200	2
कुल योग	**52**

ऊपर दिए गए आंकड़ों का एक बारंबारता बहुभुज (आयतचित्र बनाए बिना) खींचिए।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

हल :

वर्ग	वर्ग-चिह्न	बारंबारता
140 – 150	145	5
150 – 160	155	10
160 – 170	165	20
170 – 180	175	9
180 – 190	185	6
190 – 200	195	2
कुल योग		**52**

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

