RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

12th MATHS

ARJUN BATCH

संबंध एवं फलन

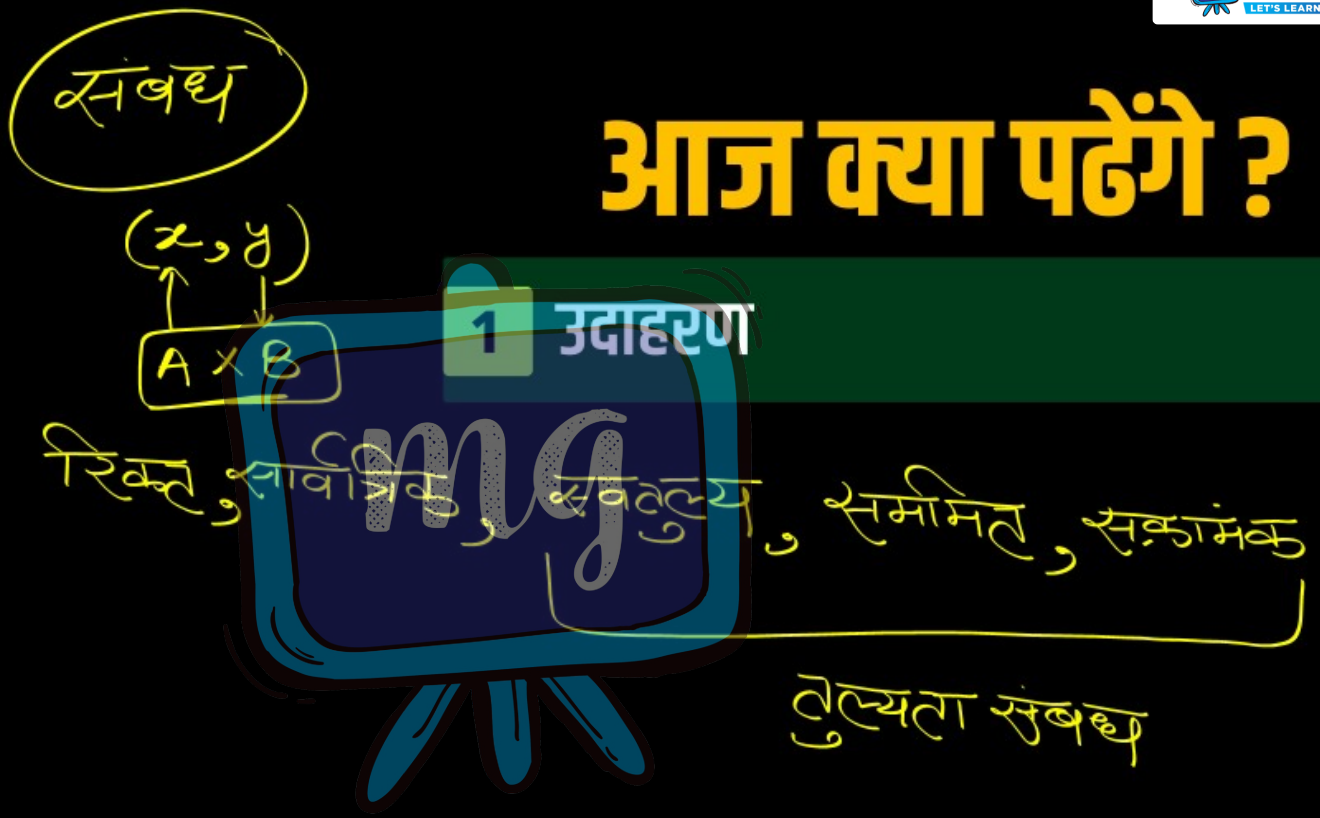
Relations & Functions

अध्याय-01 | भाग-02



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

स्वतुल्य

$a \in A \Rightarrow (a,a) \in R$

सममित (Symmetric)

$\forall\, a,b \in A$

$(a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$

संक्रामक (Transitive)

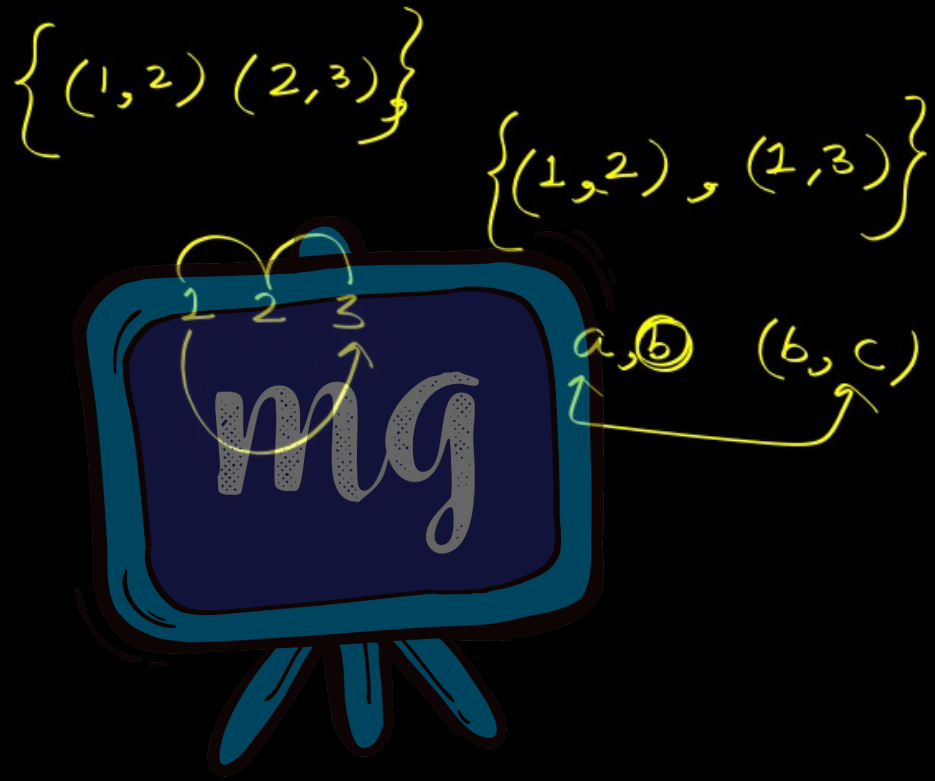
$a,b,c \in A$

$(a,b) \in R, (b,c) \in R$

$\Rightarrow (a,c) \in R$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$R = \{(a, b) : a, b \text{ की बहन हैं}\}$

$R = \phi$

(सीता, रमेश)

रिक्त संबंध

$R' = A \times A$

सार्वत्रिक संबंध

उदाहरण : 1

मान लीजिए कि A किसी बालकों के स्कूल के सभी विद्यार्थियों का समुच्चय है। दर्शाइए कि R = {(a, b) : a, b की बहन है} द्वारा प्रदत्त संबंध एक रिक्त संबंध है तथा R' = {(a, b): a तथा b की ऊँचाईयों का अंतर 3 मीटर से कम है} द्वारा प्रदत्त संबंध एक सार्वत्रिक संबंध है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

T = समतल में स्थित सभी त्रिभुजों का समुच्चय

स्वतुल्य : $\forall T_1 \in T$

$\Rightarrow (T_1, T_1) \in R$

क्योंकि प्रत्येक त्रिभुज T_1 स्वयं के सर्वांगसम होता है

अतः यह संबंध R स्वतुल्य होगा

उदाहरण : 2

मान लीजिए कि T किसी समतल में स्थित समस्त त्रिभुजों का एक समुच्चय है। समुच्चय T में R = {(T_1 , T_2) : T_1, T_2 के सर्वांगसम है} एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

सममित :- Symmetric

माना $T_1, T_2 \in T$ इस प्रकार है $(T_1, T_2) \in R$

$\Rightarrow$ T_1 तथा T_2 सर्वांगसम है।

$\Rightarrow$ T_2 तथा T_1 भी सर्वांगसम है.

$\Rightarrow (T_2, T_1) \in R$

i.e $\forall\ T_1, T_2 \in T$ के लिए

$(T_1, T_2) \in R \Rightarrow (T_2, T_1) \in R$

अतः संबंध R सममित है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

सक्रामक: माना $T_1, T_2, T_3 \in T$

तथा $(T_1, T_2) \in R$, $(T_2, T_3) \in R$ है।

अब $(T_1, T_2) \in R$

$\Rightarrow T_1$ तथा T_2 सर्वांगसम हैं

और $(T_2, T_3) \in R$

$\Rightarrow T_2$ तथा T_3 भी सर्वांगसम है।



अत: स्पष्ट रूप से T_1, T_2, T_3 तीनों ही सर्वांगसम हैं

$\Rightarrow T_1$ तथा T_3 भी सर्वांगसम हैं

$\Rightarrow (T_1, T_3) \in R$ अत: R सक्रामक संबंध है

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अब क्योंकि संबंध R स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है

⇒ संबंध R एक तुल्यता संबंध होगा।



माना L = समतल में स्थित समस्त रेखाओं का समुच्चय

$R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2$ पर लंब है$\}$

हम जानते हैं कि कोई भी रेखा स्वयं पर लंब नहीं होती

अतः $\forall L_1 \in L$ के लिए $(L_1, L_1) \notin R$

अतः संबंध R स्वतुल्य नहीं है।

उदाहरण : 3

मान लीजिए कि L किसी समतल में स्थित समस्त रेखाओं का एक समुच्चय है तथा $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2$ पर लंब है$\}$ समुच्चय L में परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R सममित है किंतु यह न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है।

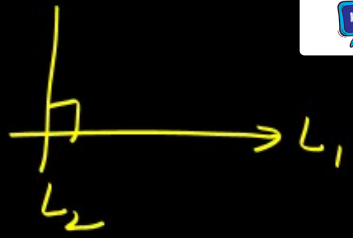
अब माना $(L_1, L_2) \in R$

$\Rightarrow$ L_1, L_2 पर लंब हैं

$\Rightarrow$ L_2, L_1 पर लंब हैं

$\Rightarrow$ $(L_2, L_1) \in R$

अतः R एक समित संबंध है



माना $(L_1, L_2) \in R$ तथा $(L_2, L_3) \in R$ में हैं

अब $(L_1, L_2) \in R$

$\Rightarrow L_1, L_2$ पर लंब हैं

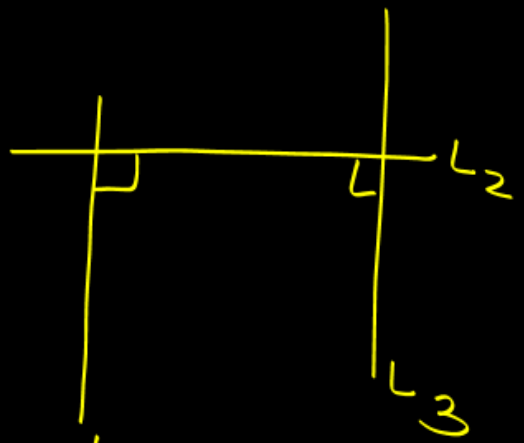
तथा $(L_2, L_3) \in R$

$\Rightarrow L_2, L_3$ पर लंब हैं

अतः स्पष्ट रूप से L_1 तथा L_3 समांतर हैं

अतः $(L_1, L_3) \notin R$

अतः संबंध R सक्रामक नहीं हैं



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 4

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय {1, 2, 3} में R = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)} द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है, परंतु न तो सममित है और न संक्रामक है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 5

सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय Z में R = {(a, b) : संख्या 2, (a – b) को विभाजित करती है} द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 6

मान लीजिए कि समुच्चय A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} में R = {(a, b) : a तथा b दोनों ही या तो विषम हैं या सम हैं} द्वारा परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है।साथ ही सिद्ध कीजिए कि उपसमुच्चय {1, 3, 5, 7} के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित है, और उपसमुच्चय {2, 4, 6} के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित है, परंतु उपसमुच्चय {1, 3, 5, 7} का कोई भी अवयव उपसमुच्चय {2, 4, 6} के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है।

प्रश्नावली 1.1

1. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक हैं:

   (i) समुच्चय A = {1, 2, 3, ..., 13, 14} में संबंध R, इस प्रकार परिभाषित है कि R = {(x, y) : 3x – y = 0}

प्रश्नावली 1.1

(ii) प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में

$R = \{(x, y) : y = x + 5 \text{ तथा } x < 4\}$

द्वारा परिभाषित संबंध R.



प्रश्नावली 1.1

(iii) समुच्चय A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} में R = {(x, y) : y भाज्य है x से} द्वारा परिभाषित संबंध R है।



(iv) समस्त पूर्णांकों के समुच्चय Z में

$R = \{(x, y) : x - y$ एक पूर्णांक है$\}$

द्वारा परिभाषित संबंध R.



(v) किसी विशेष समय पर किसी नगर के निवासियों के समुच्चय में निम्नलिखित संबंध R



(a) R = {(x, y) : x तथा y एक ही स्थान पर कार्य करते हैं।}

(b) R = {(x, y) : x तथा y एक ही मोहल्ले में रहते हैं।}



(c) R = {(x, y) : x, y से ठीक-ठीक 7 सेमी लंबा है}



(d) R = {(x, y) : x, y की पत्नी है}



(e) R = {(x, y) : x, y के पिता हैं}

