RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

12th MATHS

ARJUN BATCH

FUNCTIONS

प्रश्नावली 1.2

अध्याय-01 | भाग-15

19 अगस्त 2026 || 04:00 PM



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आज क्या पढेंगे ?

1 विविध उदाहरण

2 विविध प्रश्नावली



अभ्यास प्रश्न

1. मान लीजिए कि $f : R \to R$, $f(x) = 4x - 3$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित एक फलन है, तो f^{-1} लिखिए।

$f : R \to R$

$f(x) = 4x - 3$

$\Rightarrow y = 4x - 3$

$\Rightarrow y + 3 = 4x$

$\Rightarrow x = \frac{y+3}{4} = f^{-1}(y)$

अत: $\boxed{f^{-1}(x) = \frac{x+3}{4}}$

$f(x) = y$

$\Rightarrow f^{-1} f(x) = f^{-1}(y)$

$= I(x) = f^{-1}(y)$

$= \boxed{x = f^{-1}(y)}$

एकैकी :

माना $x_1, x_2 \in R$ इस प्रकार है कि $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow 4x_1 + 5 = 4x_2 + 5$

$\Rightarrow 4x_1 = 4x_2$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

अतः फलन f एकैकी है।

2. मान लीजिए कि R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा $f : R \to R$ एक फलन है, जो $f(x) = 4x + 5$ द्वारा परिभाषित है। सिद्ध कीजिए कि f व्युत्क्रमणीय है तथा f^{-1} ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आच्छादक

माना सहप्रांत R का y कोई स्वेच्छ अवयव हो तब माना किसी $x \in$ प्रांत R के लिए यदि $f(x) = y$



$\Rightarrow 4x + 5 = y$

$\Rightarrow 4x = y - 5$

$\Rightarrow x = \frac{y-5}{4}$

यहाँ क्योंकि $y \in R$ और $\frac{y-5}{4} \in R$ अतः

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रत्येक $y \in$ सहप्रांत R के लिए एक अवयव

$\frac{y-5}{4} \in$ प्रांत R इस प्रकार होता है

$f\left(\frac{y-5}{4}\right) = y$

अतः फलन आच्छादक है

तथा $y = f(x)$

$\Rightarrow x = f^{-1}(y) = \frac{y-5}{4}$

अंतः व्युत्क्रम फलन

$f^{-1}(x) = \frac{x-5}{4}$

होगा।

mg

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

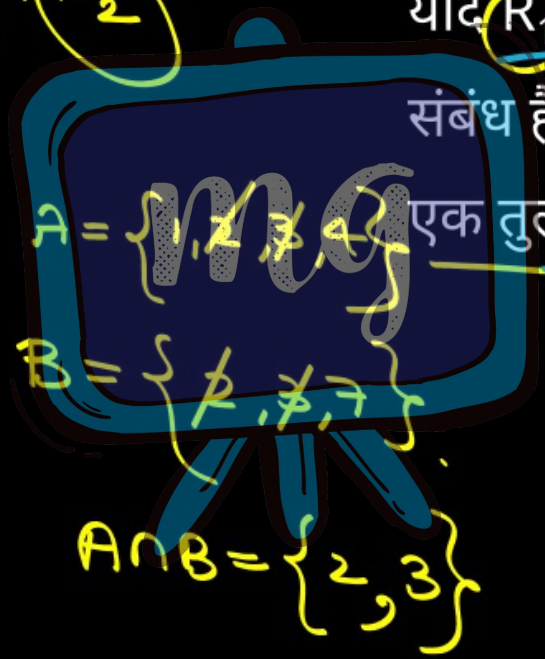
$A \times A$

स्वतुल्य + सममित + सक्रामक

उदाहरण

$R_1 \cap R_2$

यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी एक तुल्यता संबंध है।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

स्वतुल्य :

माना $a \in A$

$\Rightarrow (a,a) \in R_1$ [$\because R_1$ समुच्चय A पर स्वतुल्य है]

& $(a,a) \in R_2$ [$\because R_2$ समुच्चय A पर स्वतुल्य है]

$\Rightarrow (a,a) \in R_1 \cap R_2$

अतः $R_1 \cap R_2$ स्वतुल्य संबंध होगा।

$a \in A$

$(a,a) \in R_1 \cap R_2$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

सक्रामक: माना $(a,b) \in R_1 \cap R_2$

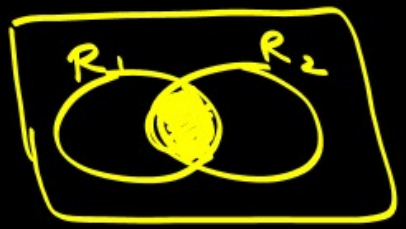
$\Rightarrow (a,b) \in R_1$ तथा $(a,b) \in R_2$

$\Rightarrow (b,a) \in R_1$ [$\because R_1$ सममित है]

तथा $(b,a) \in R_2$ [$\because R_2$ सममित है]

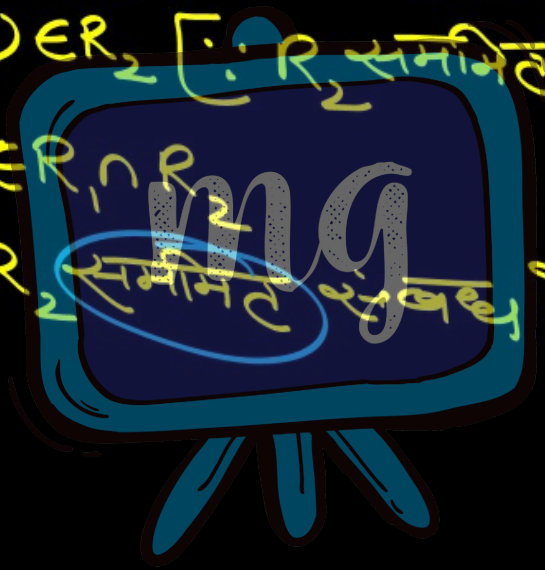
$\Rightarrow (b,a) \in R_1 \cap R_2$

अतः $R_1 \cap R_2$ सममित सम्बन्ध है।



$(a,b) \in R$

$(b,a) \in R$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

सक्रमंक :

माना $(a,b) \in R_1 \cap R_2$ तथा $(b,c) \in R_1 \cap R_2$

$\Rightarrow (a,b) \in R_1$ तथा $(a,b) \in R_2$ और $(b,c) \in R_1$ तथा $(b,c) \in R_2$

$\Rightarrow (a,b) \in R_1$ तथा $(b,c) \in R_1$ व R_1 सक्रमंक है

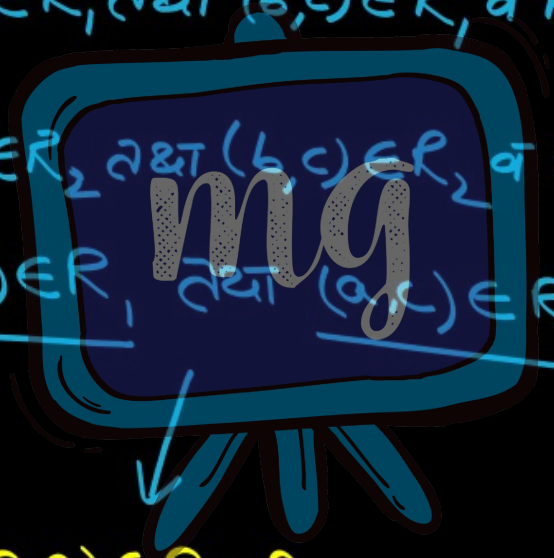
और

$(a,b) \in R_2$ तथा $(b,c) \in R_2$ व R_2 सक्रमंक है

$\Rightarrow (a,c) \in R_1$ तथा $(a,c) \in R_2$

(a,b) व $(b,c) \in R$

$(a,c) \in R$



$\Rightarrow (a,c) \in R_1 \cap R_2$

$R_1 \cap R_2$ सक्रमंक संबंध है

अतः $R_1 \cap R_2$ समुच्चय A पर तुल्यता संबंध होगा।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

(1,2), (2,3)

उदाहरण

$R_1 = \{(1,1)(2,2)(3,3), (1,2), (2,3), (1,3)\}$

$R_2 = \{(1,1)(2,2)(3,3), (1,2), (2,3), (1,3), (2,1)\}$

$R_3 = \{(1,1)(2,2)(3,3), (1,2), (2,3), (1,3), (3,3)\}$

$R_4 = \{(1,1)(2,2)(3,3), (1,2), (2,3), (1,3), (3,1), (2,1)\}$

मान लीजिए कि A = {1, 2, 3} है। तब सिद्ध कीजिए कि ऐसे संबंधों की संख्या चार है, जिनमें (1, 2) तथा (2, 3) है और जो स्वतुल्य तथा संक्रामक तो हैं किंतु सममित नहीं हैं।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$R_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1)\}$ ✓ **उदाहरण**

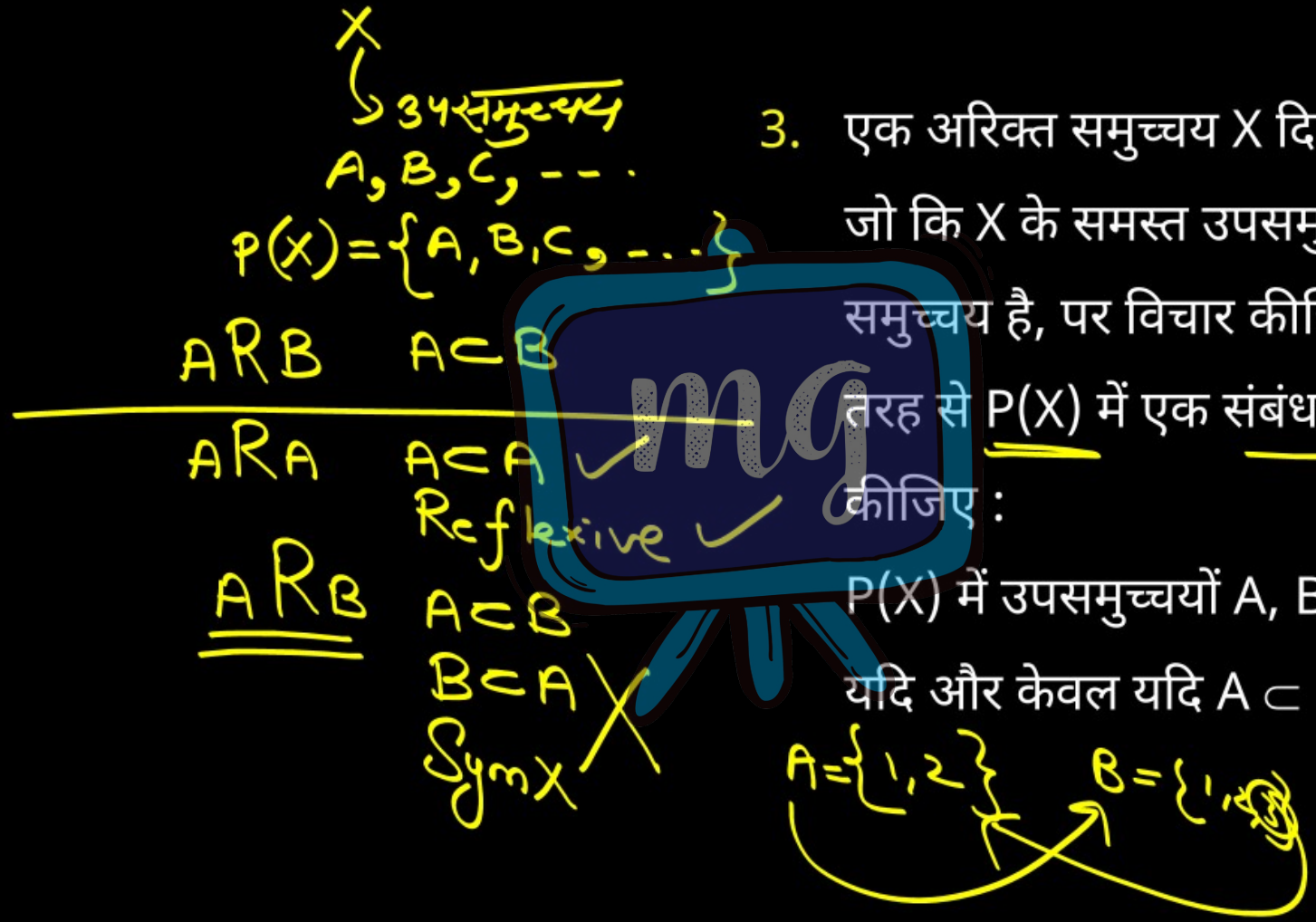
$R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (2,3), (3,2)\}$

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय {1, 2, 3} में (1, 2) तथा (2, 1) को अन्तर्विष्ट करने वाले तुल्यता संबंधों की संख्या 2 है।

$R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1), (3,2), (2,3), (1,3), (3,1)\}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

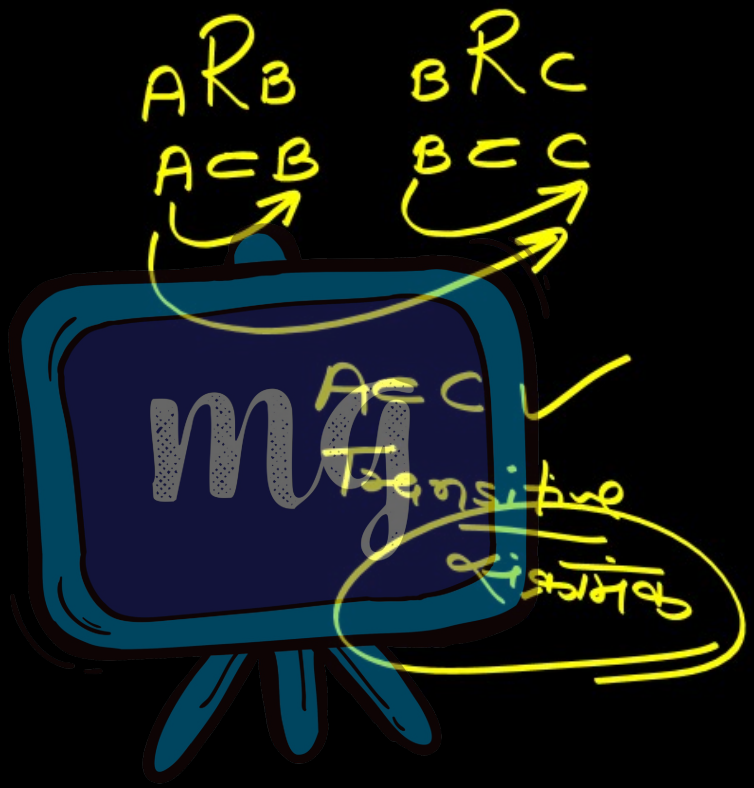


3. एक अरिक्त समुच्चय X दिया हुआ है। P(X) जो कि X के समस्त उपसमुच्चयों का समुच्चय है, पर विचार कीजिए। निम्नलिखित तरह से P(X) में एक संबंध R परिभाषित कीजिए :

P(X) में उपसमुच्चयों A, B के लिए, ARB, यदि और केवल यदि $A \subset B$ है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

क्या R, P(X) में एक तुल्यता संबंध है? अपने उत्तर का औचित्य भी लिखिए।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

6. यदि A = {1, 2, 3} हो तो ऐसे संबंध जिनमें अवयव (1, 2) तथा (1, 3) हों और जो स्वतुल्य तथा सममित हैं किंतु संक्रामक नहीं है, की संख्या है

(अ) 1

(ब) 2

(स) 3

(द) 4