

कक्षा - 10

गणित

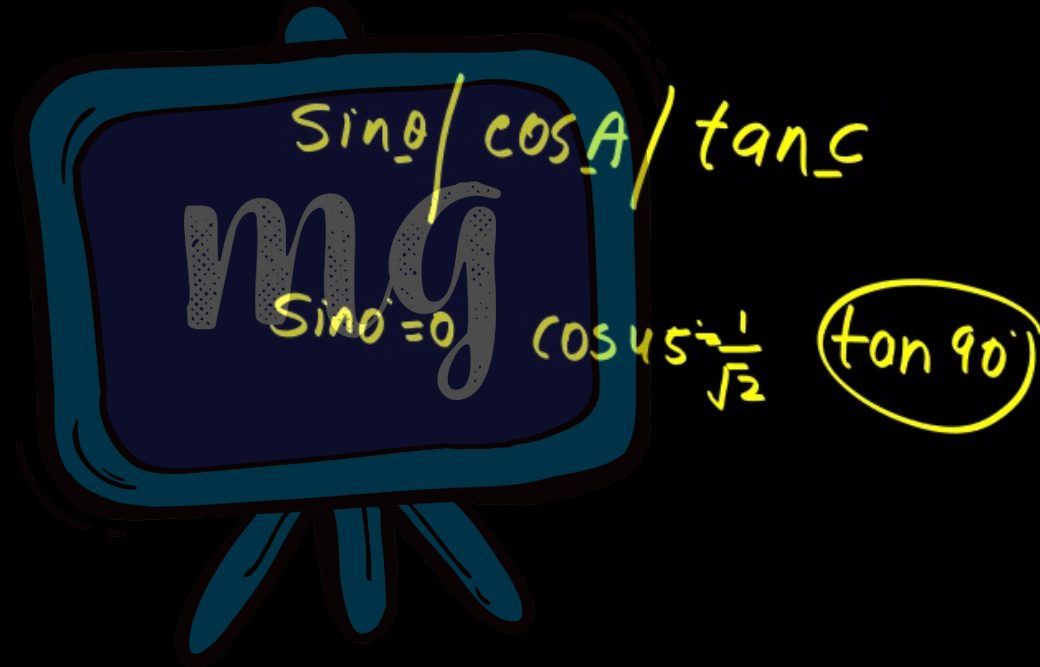
अध्याय - 8

त्रिकोणमिति का परिचय

भाग - 4

केशव शर्मा

कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात



कुछ विशिष्ट कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
$\operatorname{cosec} A$	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
$\cot A$	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

		$\sqrt{\frac{0}{4}} = \sqrt{0}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1}$	
		0°	30°	45°	60°	90°	
<u>sin</u>		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	
<u>cos</u>		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	
<u>tan</u>		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित	$\sec = \frac{1}{\cos}$
<u>cot</u>	अ.	अ.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{0}$
<u>sec</u>	1	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित	
<u>cosec</u>	अ.	अ.	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$$

$$\sec 45^\circ = \operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2}$$

$$\sin 0^\circ = 0 \mid \tan 0^\circ = 0$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\tan 0^\circ = 0$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\tan 90^\circ =$$

0° से 90° तक जाने पर $\sin$ का मान बढ़ता है।

0° से 90° तक जाने पर $\cos$ का मान घटता है।

$\sin$ या $\cos$ का अधिकतम मान 1 होता है।

0° से 90° के बीच $\sin$ या $\cos$ का न्यूनतम मान 0।

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\csc 45^\circ = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} & \text{Q. } \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ \\ & \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

प्रश्नावली 8.2



Q.1 निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए

(i) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

हल:-

(i) $(45)^2 = 2025$

$\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

(ii) $9^2 \times 5^2 = 2025$ $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

(iii) $40^2 + 20^2 + 5^2 = 2025$ $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

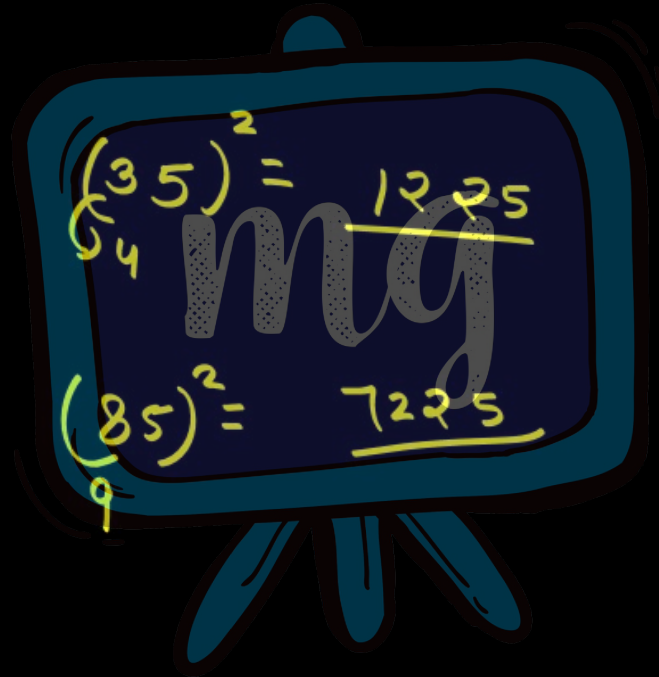
$$(1+2+3+4+5+6+7+8+9)^2$$
$$= 2025$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 9^3 = 2025$$



(ii) $2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

हल:- $2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$2 \times 1 = 2$



$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(iii) $\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}$

Sol:-

$$\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{cosec} 30^\circ = 2$$

$$\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + 2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2}{2 + 2\sqrt{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{2 + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{3}}$$

$$a^2 - b^2$$

$$= \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}(2+2\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{(1-\sqrt{3})}{1^2 - (\sqrt{3})^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2} (1-\sqrt{3})}{4(1-3)}$$

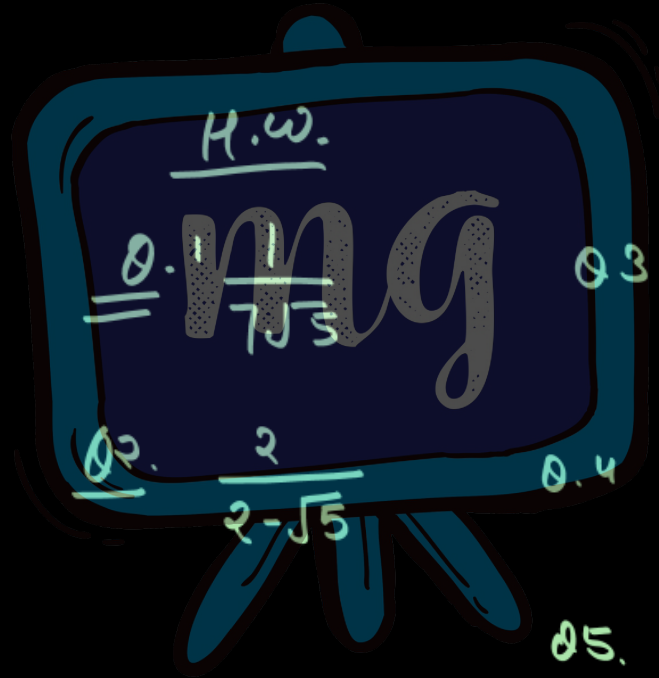
$$= \frac{\sqrt{6}(1-\sqrt{3})}{4(-2)}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{6} \times \sqrt{3}}{-8}$$

$$= -\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{18})}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{9 \times 2} - \sqrt{6}}{8}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{8} \quad \checkmark$$



$$\text{Q.1. } \frac{1}{7\sqrt{5}}$$

$$\text{Q.2. } \frac{2}{2-\sqrt{5}}$$

$$\text{Q.3. } \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}$$

$$\text{Q.4. } \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

$$\text{Q.5. } \frac{1}{1-2\sqrt{3}}$$