RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

12th MATHS

ARJUN BATCH

संबंध एवं फलन

Relations & Functions

EXERCISE -III

अध्याय-01 | भाग-06



माना समुच्चय

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

तथा

$R = \{(a, b) : b = a + 1\}$

$= \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$

3. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय {1, 2, 3, 4, 5, 6} में R = {(a, b) : b = a + 1} द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

क्योंकि $(1, 1) \notin R$ अतः संबंध R स्वतुल्य नहीं होगा।

यहाँ $(2, 3) \in R$ परंतु $(3, 2) \notin R$

अतः यह संबंध सममित भी नहीं होगा।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ $(1,2) \in R$ तथा $(2,3) \in R$

परंतु $(1,3) \notin R$ हैं

अतः संबंध R सक्रामक भी नहीं होगा।



R → वास्तविक संख्याओं का समुच्चय

$R = \{(a, b) : a \leq b\}$

यहाँ प्रत्येक वास्तविक संख्या a के लिए $(a, a) \in R$ क्योंकि प्रत्येक संख्या खुद के बराबर है।

यहाँ $(1, 2) \in R$ परंतु $(2, 1) \notin R$ अतः संबंध R सममित नहीं होगा।

अब माना $(a, b) \in R$ तथा $(b, c) \in R$

$\Rightarrow a \leq b$ तथा $b \leq c$

$\Rightarrow a \leq c$

अतः संबंध R संक्रामक होगा।

4. सिद्ध कीजिए कि R में $R = \{(a, b) : a \leq b\}$, द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किंतु सममित नहीं है।

$1 \leq 2$

$2 \not\leq 1$

5. जाँच कीजिए कि क्या R में

$R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य, सममित अथवा संक्रामक है?

यहाँ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \notin R$

क्योंकि $\frac{1}{2} \nleq \left(\frac{1}{2}\right)^3$

संबंध R स्वतुल्य नहीं होगा

$(1,2) \in R$ क्योंकि $1 \leq 2^3$

परन्तु $(2,1) \notin R$ क्योंकि $2 \nleq 1^3$

सममित ✗

सक्रामक

$(10,3) \in R$ क्योंकि $10 \leq 3^3$

$(3,2) \in R$ क्योंकि $3 \leq 2^3$

लेकिन $(10,2) \notin R$

क्योंकि $10 \nleq 2^3$

संक्रामक नहीं है

6. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय {1, 2, 3} में R = {(1, 2), (2, 1)} द्वारा प्रदत्त संबंध R सममित है किंतु न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक है।

माना $A = \{1, 2, 3\}$

$R = \{(1,2), (2,1)\}$

स्वतुल्य :-

$(1,1), (2,2), (3,3) \notin R$

अतः R स्वतुल्य नहीं है।

सममित :-

प्रत्येक $(a,b) \in R$ के लिए $(b,a) \in R$

अतः R सममित होगा

$R = \{(1,2), (2,1)\}$.

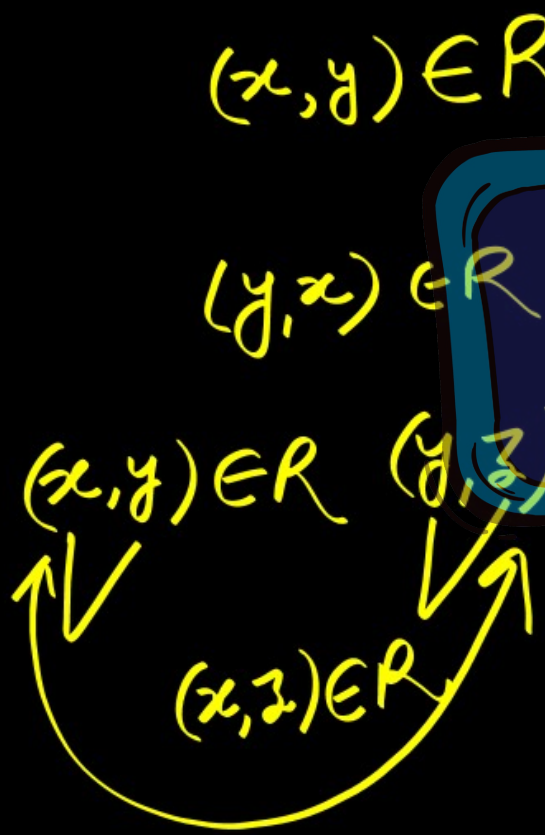
सक्रामक

$(1,2) \in R$ & $(2,1) \in R$

परंतु $(1,1) \notin R$

अतः संबंध R सक्रामक नहीं होगा।

7. सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्तकालय की समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में R = {(x, y) : x तथा y में पेजों की संख्या समान है} द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है। HW



$A = \{1,2,3,4,5\}$

$R = \{(a,b) : |a-b| \text{ सम है}\}$

यहाँ $(a,a) \in R$

क्योंकि $|a-a| = |0| = 0$

0 सम है

$\therefore$ R स्वतुल्य है

सिद्ध कीजिए कि A = {1, 2, 3, 4, 5} में, R = {(a, b) : |a – b| सम है} द्वारा प्रदत्त संबंध R एक तुल्यता संबंध है। प्रमाणित कीजिए कि {1,3,5} के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित हैं और समुच्चय {2, 4} के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित हैं परंतु {1,3,5} का कोई भी अवयव {2,4} के किसी अवयव से संबंधित नहीं है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

सममित

सक्रामक

माना $(a,b) \in R$ तथा $(b,c) \in R$

$\Rightarrow |a-b|$ सम है तथा $|b-c|$ सम है

$\Rightarrow |a-b|+|b-c|$ सम होगा

$\Rightarrow |a-b+b-c|$ सम होगा

$\Rightarrow |a-c|$ सम है

$\Rightarrow (a,c) \in R$

संबंध R सक्रामक होगा।

माना $(a,b) \in R$

$\Rightarrow |a-b|$ सम है

$\Rightarrow |b-a|$ सम होगा

$\Rightarrow (b,a) \in R$

सममित होगा

प्रश्नावली 1.1

9. सिद्ध किजिए कि समुच्चय

$A = \{x \in Z : 0 \leq x \leq 12\}$, में दिए गए निम्नलिखित संबंधों R में से प्रत्येक एक तुल्यता संबंध है:

(i) $R = \{(a, b): |a - b|, 4$ का एक गुणज है$\}$,

(ii) $R = \{(a, b) : a = b\}$,

प्रत्येक दशा में 1 से संबंधित अवयवों को ज्ञात कीजिए।