कक्षा-12

# सारणिक

## (Determinants)

अध्याय - 4

भाग - 11

## विविध प्रश्नावली

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.5

$B = \begin{bmatrix} 11 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$X = A^{-1} B$

15. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, है तो $A^{-1}$. ज्ञात कीजिए $A^{-1}$ का प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए।

$2x - 3y + 5z = 11$

$3x + 2y - 4z = -5$

$x + y - 2z = -3$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.5

माना 1 kg प्याज का मूल्य = $x$

1 kg गेहूँ का मूल्य = $y$

1 kg चावल का मूल्य = $z$

16. 4 kg प्याज, 3 kg गेहूँ और 2 kg चावल का मूल्य Rs 60 है। 2 kg प्याज, 4 kg गेहूँ और 6 kg चावल का मूल्य Rs 90 है। 6 kg प्याज, 2 kg गेहूँ और 3 kg चावल का मूल्य Rs 70 है। आव्यूह विधि द्वारा प्रत्येक का मूल्य प्रति kg ज्ञात कीजिए।

$$4x + 3y + 2z = 60 \quad \text{—} (1)$$

$$2x + 4y + 6z = 90 \quad \text{—} (2)$$

$$6x + 2y + 3z = 70 \quad \text{—} (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 6 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 60 \\ 90 \\ 70 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot B = X$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

1. सिद्ध कीजिए कि सारणिक $\begin{vmatrix} x & \sin\theta & \cos\theta \\ -\sin\theta & -x & 1 \\ \cos\theta & 1 & x \end{vmatrix}$ , $\theta$ से स्वतंत्र है।

$R_3$ के अनुदिश हल करने पर :

$|A| = \cos\theta(\sin\theta + x\cos\theta) - 1(x + \sin\theta\cdot\cos\theta) + x(-x^2 + \sin^2\theta)$

$$|A| = \sin\theta\cos\theta + x\cos^2\theta - x - \sin\theta\cos\theta - x^3 + x\sin^2\theta$$

$$|A| = x\sin^2\theta + x\cos^2\theta - x - x^3$$

$$|A| = x(\sin^2\theta + \cos^2\theta) - x - x^3$$

$$|A| = x - x - x^3$$

$$\boxed{|A| = -x^3}$$

अत: यह सारणिक $\theta$ से स्वतंत्र है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

$C_3$ के अनुदिश हल करने पर:

2. $\begin{vmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$|A| = -\sin\alpha(-\sin\alpha\cdot\sin^2\beta - \sin\alpha\cdot\cos^2\beta) + 0 + \cos\alpha(\cos\alpha\cdot\cos^2\beta + \cos\alpha\cdot\sin^2\beta)$$

$$|A| = \sin^2\alpha(\sin^2\beta+\cos^2\beta) + \cos^2\alpha(\cos^2\beta+\sin^2\beta)$$

$$|A| = \sin^2\alpha \cdot (1) + \cos^2\alpha \cdot (1)$$

$$|A| = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$$

$$\boxed{|A| = 1}$$



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

|B| ✓

$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \cdot adj\, B$

3. यदि $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$,

हो तो $(AB)^{-1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot (15-1) = 14$

$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot (10-1) = -9$

$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot (2-3) = -1$

$(Adj\,A)^{-1} = \frac{1}{|adj A|} \cdot adj(adj A)$

4. मान लीजिए $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि

(i) $[\text{adj } A]^{-1} = \text{adj } (A^{-1})$

(ii) $(A^{-1})^{-1} = A$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot adj A$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

$R_1$ के अनुदिश हल करने पर:

$$|A| = x\left[y(x+y) - x^2\right] - y\left[y^2 - x(x+y)\right] + (x+y)\left[xy - (x+y)^2\right]$$

5. $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$|A| = x\left[xy + y^2 - x^2\right] - y\left[y^2 - x^2 - xy\right] + (x+y)\left[xy - x^2 - y^2 - 2xy\right]$$

$$|A| = x^2y + xy^2 - x^3 - y^3 + x^2y + xy^2 + (x+y)(-xy - x^2 - y^2)$$

$$|A| = 2x^2y + 2xy^2 - x^3 - y^3 - x^2y - x^3 - xy^2$$
$$- xy^2 - x^2y - y^3$$

$$|A| = -2x^3 - 2y^3$$

$$\boxed{|A| = -2(x^3 + y^3)}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

$C_1$ के अनुदिश हल करने पर:

6. $\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x+y & y \\ 1 & x & x+y \end{vmatrix}$ ρ का मान ज्ञात कीजिए।

$$|A| = 1\left[(x+y)^2 - xy\right] - 1\left[x(x+y) - xy\right] + 1\left[xy - y(x+y)\right]$$

$$|A| = (x^2 + y^2 + 2xy - xy) - (x^2 + xy - xy) + (xy - xy - y^2)$$

$$|A| = x^2 + y^2 + xy - x^2 - y^2$$

$$\boxed{|A| = xy}$$



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 10 \\ 4 & 6 & 5 \\ 6 & 9 & 20 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1/x \\ 1/y \\ 1/z \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj}\, A$$

7. निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए।

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{10}{z} = 4$$

$$\frac{4}{x} - \frac{6}{y} + \frac{5}{z} = 1$$

$$\frac{6}{x} + \frac{9}{y} - \frac{20}{z} = 2$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

## विविध प्रश्नावली

8. यदि x, y, z शून्येतर वास्तविक संख्याएँ हों तो आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$$ का व्युत्क्रम है:

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

(A) $\begin{bmatrix} x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & z^{-1} \end{bmatrix}$

(B) $xyz\begin{bmatrix} x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & z^{-1} \end{bmatrix}$

(C) $\frac{1}{xyz}\begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$

(D) $\frac{1}{xyz}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# विविध प्रश्नावली

$$A = \begin{vmatrix} 1 & \sin\theta & 1 \\ -\sin\theta & 1 & \sin\theta \\ -1 & -\sin\theta & 1 \end{vmatrix}$$

9. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & \sin\theta & 1 \\ -\sin\theta & 1 & \sin\theta \\ -1 & -\sin\theta & 1 \end{bmatrix}$,

यहाँ $0 \le \theta \le 2\pi$. हो तो:

(A) Det (A) = 0

(B) Det (A) $\in$ (2, )

(C) Det (A) $\in$ (2, 4)

(D) Det (A) $\in$ [2, 4]